

## Tratado de trazados y desarrollos de Calderería

El contenido de este tratado será útil, como libro de consulta, para todo profesional relacionado con la calderería y para estudiantes de Formación Profesional de esta especialidad, tanto de Grado Medio como de Grado Superior.

Los contenidos del libro son los siguientes:

- Conocimientos básicos de dibujo geométrico, con la aplicación práctica de diversos trazados gráficos.
- Conocimientos básicos de geometría y trigonometría, con aplicaciones prácticas.
- Fórmulas para el cálculo de superficies planas.
- Cálculos de desarrollos de piezas curvadas, en chapa, perfiles y tubos, con diversos ejemplos de aplicación.
- Cálculo de desarrollos de piezas plegadas, con diversos ejemplos de aplicación.
- Trazados y desarrollos de cuerpos cilíndricos, cónicos, intersecciones, codillos, bifurcaciones, tolvas, esféricos, helicoidales, etc.
- Cálculos matemáticos de diversos desarrollos, con ejemplos prácticos del cálculo de:
  - a) Las dimensiones necesarias para el trazado de las piezas en el taller.
  - b) Los pesos en bruto y acabado de las piezas calculadas.
  - c) La longitud de corte y longitud de soldadura en cada caso.



Emilio Díaz tiene estudios en la Oficialía y Maestría Industrial en Mecánica en la Escuela de Formación Profesional Fundación Revillagigedo de Gijón, además de la Ingeniería Técnica Industrial en Construcciones Metálicas en la Escuela de Ingeniería Técnica de Gijón. Ha sido Profesor de Dibujo y Jefe del Departamento de Calderería en la Escuela de Formación Profesional Fundación Revillagigedo de Gijón (Asturias) y ha impartido cursos de formación a personal de un taller de Calderería en Portugal.

[www.alfaomega.com.mx](http://www.alfaomega.com.mx)

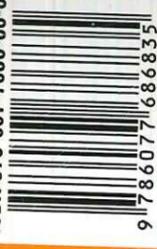
ÁREA

SUBÁREA

Ingeniería Mecánica

Manuales

ISBN 978-607-7686-83-5



9 786077 686835

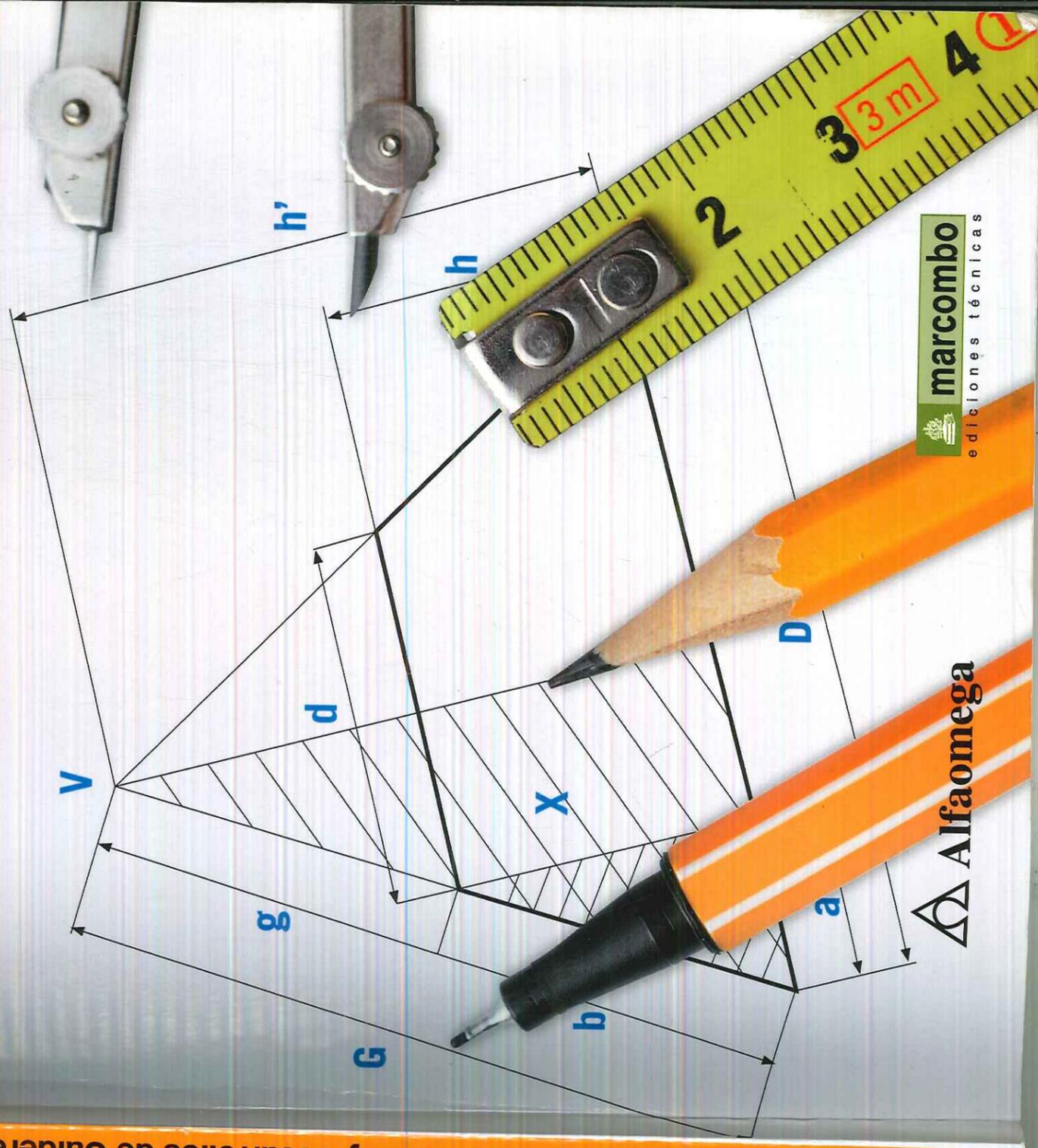
"Te acerca al conocimiento"

 **Alfaomega Grupo Editor**

# Tratado de trazados y desarrollos de Calderería

Emilio Díaz Díaz

Tratado de trazados y desarrollos de Calderería



 **Alfaomega**

 **marcombo**  
ediciones técnicas

Jorge Darío Arancibia Pineda

## **Tratado de trazados y desarrollos de Calderería**

NO OLVIDE SUSCRIBIRME A  
NUESTRO GRUPO EN FACEBOOK

# Tratado de trazados y desarrollos de Calderería

 Alfaomega

 marcombo  
ediciones técnicas

# Índice

<b>1. Conocimientos básicos de dibujo geométrico .....</b>	<b>1</b>
1.1 Trazado de una perpendicular (mediatriz) en el punto medio de una recta (AB) .....	1
1.2 Trazado de una perpendicular en un punto cualquiera (C) de la recta (AB) .....	1
1.3 Trazado de una perpendicular en el extremo de una recta (AB) .....	2
1.4 Trazado de una perpendicular a una recta (AB) desde un punto fuera de la misma .....	2
1.5 Trazado de una recta paralela a otra (AB) a una distancia determinada .....	2
1.6 Trazado de una curva paralela a otra (AB) y a una distancia determinada .....	3
1.7 Trazado de una paralela a una recta (AB) que pase por un punto dado .....	3
1.8 Trazado de un ángulo igual a otro en un punto dado (A) de una recta .....	3
1.9 Trazado de la bisectriz de un ángulo .....	4
1.10 Trazado de un ángulo de 45 grados .....	4
1.11 Trazado de ángulos de 30 y 60 grados .....	4
1.12 Suma y resta de ángulos .....	5
1.13 Trazado de otros ángulos .....	5
1.14 Trazado de la unión de dos líneas perpendiculares por medio de un radio (r) dado .....	6
1.15 Trazado de la unión de dos líneas que forman un ángulo obtuso por medio de un radio (r) dado ..	6
1.16 Trazado de la unión de dos líneas que forman un ángulo agudo por medio de un radio (r) dado ..	7
1.17 Trazado de la unión de una curva de radio (R) con una línea por medio del radio dado (r) .....	7
1.18 Hacer pasar una circunferencia de radio dado por dos puntos .....	7
1.19 Hacer pasar una circunferencia por tres puntos que no estén en línea recta .....	8
1.20 Trazado de una tangente a una circunferencia .....	8
1.21 División de la circunferencia en 3 partes iguales .....	8
1.22 División de la circunferencia en 4, 8 y 16 partes iguales .....	9
1.23 División de la circunferencia en 5 partes iguales .....	9
1.24 División de la circunferencia en 6 partes iguales .....	9
1.25 División de la circunferencia en 7 y 14 partes iguales .....	10
1.26 División de la circunferencia en 10 partes iguales .....	10
1.27 División de la circunferencia en 12 partes iguales .....	10
1.28 División de la circunferencia en 15 partes iguales .....	10
1.29 División de la circunferencia en cualquier número de partes iguales (por o impar) .....	11

Datos catalográficos  
Díaz, Emilio  
Tratado de trazados y desarrollos de Calderería  
Primera Edición  
Alfaomega Grupo Editor, S.A. de C.V., México  
ISBN: 978-607-7686-83-5  
Formato: 21.5 x 27.5 cm  
Páginas: 172

## Tratado de trazados y desarrollos de Calderería

Emilio Díaz Díaz  
ISBN: 978-84-267-1557-9, edición en español publicada por MARCOMBO, S.A., Barcelona, España  
Derechos reservados © 2010 MARCOMBO, S.A.

Primera edición: Alfaomega Grupo Editor, México, junio 2013

© 2013 Alfaomega Grupo Editor, S.A. de C.V.  
Pitágoras 1139, Col. Del Valle, 03100, México D.F.

Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana  
Registro No. 2317

Pág. Web: <http://www.alfaomega.com.mx>  
E-mail: [atencionalcliente@alfaomega.com.mx](mailto:atencionalcliente@alfaomega.com.mx)

ISBN: 978-607-7686-83-5

### Derechos reservados:

Esta obra es propiedad intelectual de su autor y los derechos de publicación en lengua española han sido legalmente transferidos al editor. Prohibida su reproducción parcial o total por cualquier medio sin permiso por escrito del propietario de los derechos del copyright.

### Nota importante:

La información contenida en esta obra tiene un fin exclusivamente didáctico y, por lo tanto, no está previsto su aprovechamiento a nivel profesional o industrial. Las indicaciones técnicas y programas incluidos, han sido elaborados con gran cuidado por el autor y reproducidos bajo estrictas normas de control. ALFAOMEGA GRUPO EDITOR, S.A. de C.V. no será jurídicamente responsable por: errores u omisiones; daños y perjuicios que se pudieran atribuir al uso de la información comprendida en este libro, ni por la utilización indebida que pudiera dársele.

Edición autorizada para venta en México y todo el continente americano.

### Impreso en México. Printed in Mexico.

### Empresas del grupo:

México: Alfaomega Grupo Editor, S.A. de C.V. - Pitágoras 1139, Col. Del Valle, México, D.F. - C.P. 03100  
Tel.: (52-55) 5575-5022 - Fax: (52-55) 5575-2420 / 2490. Sin costo: 01-800-020-4396

E-mail: [atencionalcliente@alfaomega.com.mx](mailto:atencionalcliente@alfaomega.com.mx)

Colombia: Alfaomega Colombiana, S.A. - Calle 62 No. 20-46, Barrio San Luis, Bogotá, Colombia  
Tels.: (57-1) 746 0102 / 210 0415 - E-mail: [cliente@alfaomega.com.co](mailto:cliente@alfaomega.com.co)

Chile: Alfaomega Grupo Editor, S.A. - Av. Providencia 1443, Oficina 24, Santiago, Chile  
Tel.: (56-2) 2235-4248 - Fax: (56-2) 2235-5786 - E-mail: [agechile@alfaomega.cl](mailto:agechile@alfaomega.cl)

Argentina: Alfaomega Grupo Editor Argentino, S.A. - Paraguay 1307 PB, Of. 11, C.P. 1057, Buenos Aires,  
Argentina - Tel./Fax: (54-11) 4811-0887 y 4811 7183 - E-mail: [ventas@alfaomegaguidtor.com.ar](mailto:ventas@alfaomegaguidtor.com.ar)

1.30 Trazado de una arco de medio punto.....	12
1.31 Trazado de un arco escarzano.....	12
1.32 Trazado de un arco carpanel de 3 centros.....	12
1.33 Trazado de un arco de gran tamaño conocida su cuerda (luz) y su flecha.....	13
1.34 Trazado de la elipse conociendo sus dos ejes (AB) y (cd).....	14
1.35 Trazado de la falsa elipse conociendo el eje mayor.....	14
1.36 Trazado de un rectángulo de lados conocidos.....	15
1.37 Trazado de un triángulo equilátero conociendo su lado (a).....	15
1.38 Trazado de un triángulo conociendo sus tres lados.....	15
1.39 Trazado de un triángulo conociendo dos lados y un ángulo.....	16
1.40 Trazado de un triángulo conociendo su base y su altura.....	16
1.41 Trazado de un trapecio conociendo base y altura.....	16
1.42 Ejemplos de aplicación de dibujo geométrico.....	17

## 2. Conocimientos básicos de geometría y trigonometría ..... 21

<b>Geometría</b> .....	21
2.1 Triángulo equilátero.....	21
2.2 Semejanza de triángulos.....	21
2.3 Propiedades del triángulo rectángulo.....	21
2.4 Lado opuesto a un ángulo agudo.....	22
2.5 Lado opuesto a un ángulo obtuso.....	22
2.6 Triángulos semejantes.....	22
2.7 Teorema de Thales.....	22
2.8 Bisectriz de un ángulo interior.....	23
2.9 Bisectriz de un ángulo exterior.....	23
2.10 Medianas de un triángulo.....	23
2.11 Triángulo inscrito y circunscrito.....	23
2.12 Cuadrado inscrito y circunscrito.....	24
2.13 Rectángulo.....	24
2.14 Trapecio.....	24
2.15 Pentágono inscrito y circunscrito.....	24
2.16 Hexágono inscrito y circunscrito.....	25
2.17 Círculo.....	25
2.18 Sector circular.....	25
2.19 Segmento circular.....	25
2.20 Corona circular.....	26
2.21 Sector de corona circular.....	26
2.22 Elipse.....	26

<b>Trigonometría</b> .....	26
2.23 Triángulo rectángulo.....	26
2.24 Resolución de triángulos rectángulos.....	27
2.25 Triángulo cualquiera.....	27
2.26 Resolución de un triángulo cualquiera.....	27
2.27 Aplicación en un ejemplo.....	28

## 3. Cálculos del desarrollo de piezas curvadas en chapa, perfiles, tubos y piezas plegadas en chapa ..... 29

3.1 Cálculos para el curvado de chapa.....	29
3.1.1 Curvado de cuerpos cerrados (cilindros o virolas).....	29
3.1.2 Curvado de cuerpos abiertos (tejas o canaletas).....	29
3.1.3 Ejemplos de cálculo del curvado de chapa.....	31
3.2 Cálculos para el curvado de perfiles laminados.....	32
3.2.1 Curvado de cuerpos cerrados (bridas, aros, zunchos, etc.).....	33
3.2.2 Curvado de cuerpos abiertos (soportes, cunas, etc.).....	34
3.2.3 Ejemplos de cálculo del curvado de perfiles laminados.....	35
3.3 Cálculos para el curvado de tubos.....	36
3.3.1 Curvas de 90°.....	36
3.3.2 Curvas mayores de 90° (curvas abiertas).....	36
3.3.3 Curvas menores de 90° (curvas cerradas).....	37
3.3.4 Ángulo de 45°.....	37
3.3.5 Ejemplos de cálculo del curvado de tubos.....	37
3.4 Cálculo del plegado de chapa.....	38
3.4.1 Cálculo del plegado a esquina viva.....	39
3.4.2 Cálculo del plegado con curva de radio conocido.....	39
3.4.3 Cálculo de plegados especiales y combinados.....	40
3.4.4 Ejemplos de cálculos de plegado.....	40

## 4. Preliminares de los desarrollos..... 43

4.1 Trazado y desarrollo de cilindros de grandes espesores.....	43
4.2 Trazado y desarrollo de un cilindro truncado.....	43
4.2.1 Cilindro truncado con un corte oblicuo.....	43
4.2.2 Cilindro truncado con dos cortes.....	44
4.2.3 Cilindro truncado con varios cortes coincidentes con el eje.....	45
4.2.4 Cilindro truncado con varios cortes no coincidentes con el eje.....	45
4.3 Preliminares de los tubos elípticos.....	46
4.3.1 El primer método.....	46
4.3.2 El segundo método.....	47

4.4 Generalidades en las tapas de los cilindros truncados .....	47
4.4.1 Trazado de una tapadera sobre corte oblicuo .....	50
4.4.2 Trazado de tapaderas compuestas .....	50
4.5 Preliminares para el enlace de tubos soldados .....	52
4.5.1 Trazado y desarrollo de la unión de dos tubos formando ángulo .....	53
4.5.2 Trazado y desarrollo de un codo a 90° en gajos .....	54
4.5.3 Trazado de codos en gajos con ángulos distintos de 90° .....	55
4.6 Trazado y desarrollo de cuerpos cónicos de revolución .....	56
4.6.1 Preliminares .....	56
4.6.2 Trazado y desarrollo de un cono (reducción centrada) .....	58
4.6.3 Trazado y desarrollo de un cono con un corte oblicuo .....	60
4.6.4 Trazado y desarrollo de un cono con varios cortes oblicuos que coinciden con el eje .....	61
4.6.5 Trazado y desarrollo de un cono con varios cortes oblicuos que no coinciden con el eje .....	61
4.6.6 Trazado y desarrollo de un tronco de cono de vértice inaccesible .....	62
4.6.7 Generalidades de las tapaderas en conos .....	63
4.7 Trazado y desarrollo de cuerpos cónicos oblicuos .....	68
4.7.1 Preliminares .....	68
4.7.2 Trazado y desarrollo de un cono oblicuo con cortes paralelos (reducción descentrada) .....	68
4.7.3 Trazado y desarrollo de un cono oblicuo con cortes oblicuos .....	69
4.7.4 Trazado y desarrollo de un tronco de cono oblicuo de vértice inaccesible, resuelto por triangulación con diagonales .....	70
4.7.5 Trazado y desarrollo de un tronco de cono oblicuo de vértice inaccesible, con corte oblicuo en la boca menor, resuelto por triangulación con diagonales .....	70
4.8 Trazado y desarrollo de intersecciones de cuerpos (injertos) .....	71
4.8.1 Generalidades .....	71
4.8.2 Trazado y desarrollo de la intersección de dos cilindros con ejes perpendiculares y en el mismo plano .....	72
4.8.3 Trazado y desarrollo de la intersección de dos cilindros con ejes perpendiculares y en distinto plano .....	73
4.8.4 Trazado y desarrollo de la intersección de dos cilindros con ejes oblicuos y en el mismo plano .....	75
4.8.5 Trazado y desarrollo de la intersección de dos cilindros con ejes oblicuos y en distinto plano .....	75
4.8.6 Trazado y desarrollo de la intersección de un cilindro con un tubo elíptico y ejes perpendiculares .....	76
4.8.7 Intersección de cilindros aumentando el tamaño del agujero de salida .....	76
4.8.8 Trazado y desarrollo de la intersección de un codo con un cilindro de distinto diámetro .....	79
4.8.9 Trazado y desarrollo de la intersección de un codo con un cilindro de igual diámetro .....	80
4.8.10 Trazado y desarrollo de la intersección de cilindros con un codo (distintas posiciones) .....	81

4.8.11 Trazado y desarrollo de la intersección de un cono con un cilindro, con ejes perpendiculares y en el mismo plano .....	83
4.8.12 Trazado y desarrollo de la intersección de un cono con un cilindro, con ejes perpendiculares y en distinto plano .....	84
4.8.13 Trazado y desarrollo de la intersección de un cono con un cilindro, con ejes oblicuos y en el mismo plano .....	84
4.8.14 Trazado y desarrollo de la intersección de un cono con un cilindro, con ejes oblicuos y en distinto plano .....	86
4.8.15 Trazado y desarrollo de la intersección de un cilindro con un cono y con ejes paralelos .....	86
4.8.16 Trazado y desarrollo de la intersección de un cilindro con un cono y ejes perpendiculares .....	89
4.8.17 Trazado y desarrollo de la intersección de un cilindro con un cono y con los ejes oblicuos .....	90
4.8.18 Trazado y desarrollo del enlace de cilindro con un cono de ejes oblicuos y cortando sus generatrices .....	91
4.8.19 Trazado y desarrollo del enlace de 2 cilindros de distinto diámetro y con ejes paralelos .....	92
4.8.20 Trazado y desarrollo de la intersección de un cono con otro cono de ejes paralelos .....	93
4.8.21 Trazado y desarrollo de la intersección de un cono con otro cono de ejes perpendiculares .....	96
4.8.22 Trazado y desarrollo de la intersección de un cono con otro cono y con los ejes oblicuos .....	98
4.9 Bifurcaciones .....	99
4.9.1 Bifurcación de una tubería en dos de menor diámetro y ejes paralelos (pantalón formado por dos conos de revolución) .....	100
4.9.2 Bifurcación de una tubería en dos de menor diámetro y ejes paralelos (pantalón formado por dos conos oblicuos) .....	103
4.9.3 Bifurcación de una tubería en dos de igual diámetro y ejes perpendiculares (codos de 90° formados por gajos) .....	104
4.10 Cuerpos especiales (tolvas) .....	105
4.10.1 Tolva de boca circular y cuadrada centrada ( $\phi < \square$ ) .....	106
4.10.2 Tolva de boca circular y cuadrada centrada ( $\phi = \square$ ) .....	107
4.10.3 Tolva de boca circular y cuadrada centrada ( $\phi > \square$ ) .....	109
4.10.4 Tolva de boca circular y cuadrada descentrada con eje oblicuo ( $\phi < \square$ ) .....	110
4.10.5 Tolva de boca circular y cuadrada con corte oblicuo en la boca prismática ( $\phi < \square$ ) .....	111
4.10.6 Tolva de boca circular y cuadrada con corte oblicuo en la boca circular ( $\phi < \square$ ) .....	112
4.10.7 Tolva de boca circular y cuadrada, descentrada en un eje ( $\phi < \square$ ) .....	113
4.10.8 Tolva de boca circular y cuadrada, descentrada en dos ejes ( $\phi < \square$ ) .....	113
4.10.9 Tolva de boca circular y cuadrada, descentrada y tangente a dos caras de la boca prismática ( $\phi < \square$ ) .....	114
4.10.10 Tolva de boca circular y rectangular, centrada ( $\phi < \square$ ) .....	115
4.10.11 Tolva de boca circular y rectangular, descentrada ( $\phi < \square$ ) .....	116
4.10.12 Tolva de boca circular y cuadrada, con las esquinas en curva de radio conocido y centrada .....	116

4.10.13	Tolva de bocas cuadradas, con las esquinas en curva de radio conocido y centrada .....	117
4.10.14	Tolva de boca circular y cuadrada ( $\emptyset < \square$ ), con los lados de la boca cuadrada matados por arcos.....	117
4.10.15	Tolva de boca circular y ovalada, formada por dos medios tubos elípticos de bocas circulares y paralelas.....	118
4.10.16	Tolva de boca circular y ovalada, formada por dos medios conos oblicuos de bocas circulares y paralelas.....	119
4.10.17	Tolva de boca circular y elíptica, formada por cuatro trozos de conos oblicuos de bocas circulares y paralelas.....	121
4.10.18	Tolva de boca elíptica, cuadrada y centrada.....	122
4.10.19	Tolva de bocas elíptica y circular, paralelas y centradas .....	123
4.10.20	Intersección de tolva con cilindro, con boca circular igual al cilindro y la otra rectangular .....	124
4.10.21	Intersección de tolva con cilindro, con boca circular menor al cilindro y la otra ovalada.....	125
4.11	Cuerpos esféricos (preliminares).....	126
4.11.1	Trazado y desarrollo de la esfera en gajos.....	127
4.11.2	Trazado y desarrollo de fondo esférico en gajos con forma de arco carpanel.....	129
4.11.3	Trazado y desarrollo de la intersección de un cilindro con una esfera .....	129
4.11.4	Trazado y desarrollo de la intersección de un cono con una esfera .....	131
4.12	Codillos cónicos (preliminares) .....	133
4.12.1	Trazado y desarrollo de codillo cónico formado por conos de revolución.....	134
4.12.2	Trazado y desarrollo de codillo cónico formado por conos oblicuos.....	135
4.13	Cuerpos prismáticos (preliminares).....	137
4.13.1	Desviación de una tubería prismática rectangular.....	137
4.13.2	Intersección de dos tuberías prismáticas, cuadradas y ejes perpendiculares .....	137
4.13.3	Intersección de dos tuberías prismáticas, cuadradas y ejes oblicuos.....	138
4.13.4	Intersección de una tubería prismática cuadrada con un cilindro y ejes perpendiculares .....	140
4.13.5	Intersección de un cilindro con una prismática cuadrada y ejes perpendiculares.....	141
4.13.6	Intersección de una tubería prismática rectangular con un cilindro y ejes desplazados.....	142
4.13.7	Enlace de dos tuberías prismáticas a $90^\circ$ .....	143
4.14	Trazado de la hélice (preliminares) .....	144
4.14.1	Trazado y desarrollo de la hélice para un transportador de tornillo sin-fin.....	144
4.14.2	Trazado y desarrollo de la hélice para una canaleta helicoidal.....	146
4.14.3	Trazado y desarrollo de escalera helicoidal con barandilla (escalera de caracol).....	146

## 5. Cálculo de desarrollos (preliminares)..... 149

5.1	Cálculos en un cilindro truncado.....	149
5.2	Cálculos en un codillo a $90^\circ$ .....	150
5.3	Cálculos en un tronco de cono con cortes perpendiculares al eje .....	151
5.4	Cálculos en una tolva de bocas circular y cuadrada .....	152
5.5	Cálculos en una tolva de bocas rectangular y circular oblicua .....	154
5.6	Cálculos en la intersección de dos cilindros con ejes perpendiculares.....	157

*Dedicado a mi esposa y mis hijos, que sin su comprensión y estímulo no hubiera sido posible mi dedicación a la enseñanza y a la realización de este tratado*

## Prólogo

Hace 45 años, al comienzo de mis primeras experiencias en el campo de la enseñanza en la especialidad de Calderería, dentro de la Formación Profesional, escribí unos apuntes sobre conocimientos básicos de desarrollos, en los cuales, a manera de Prólogo decía: "La necesidad de un texto para el estudio de esta materia, y dado que los ya existentes resultan económicamente inaccesibles para los alumnos, me he decidido a escribir estos apuntes, que no son, si no, una recopilación y síntesis de los conocimientos esenciales que a mi juicio, debe tener un Oficial o Maestro Industrial en Calderería". Por ello, el fin principal tanto del autor, como de la FUNDACIÓN REVILLAGIGEDO, que con su colaboración ha hecho posible la realización de estos apuntes, ha sido que los estudiantes encuentren un tratado de Calderería reducido y al alcance de todas las posibilidades económicas".

Después de todos estos años poco ha cambiado esta necesidad, y hoy me he decidido a ampliarlos, completarlos y adaptarlos a las necesidades actuales de un Técnico en Soldadura y Calderería de Grado Medio o un Técnico Superior en Construcciones Metálicas en el Grado Superior, dentro de las nuevas enseñanzas en la Formación Profesional Específica.

El tratado pretende recoger tres necesidades fundamentales para un Técnico, un Oficial o Maestro en el campo de la Calderería:

- Unos conocimientos básicos de dibujo geométrico, para resolver algunos trazados de piezas en Calderería.
- Unos conocimientos básicos de Geometría y Trigonometría, para resolver algunos cálculos de desarrollos.
- Métodos de trazados gráficos y matemáticos para resolver el desarrollo de diversos cuerpos geométricos de Calderería.

**Emilio Díaz Díaz**  
Ex-profesor del Centro de Formación Profesional  
FUNDACIÓN REVILLAGIGEDO de GIJÓN

# 1. Conocimientos básicos de dibujo geométrico

Los trazados que veremos en este capítulo se harán fundamentalmente con el uso de un compás, por considerar que en el taller hay trazados muy grandes en los que no sirven las escuadras y transportadores de ángulos normales.

## 1.1 Trazado de una perpendicular (mediatriz) en el punto medio de una recta (AB)

Haciendo centro en los puntos extremos de la recta AB (figura 1) con un radio mayor que su mitad, se describen arcos que se corten a una y otra parte de la misma, en los puntos O y O', respectivamente; la recta que une los puntos O y O' es perpendicular a la recta AB en su punto medio C.

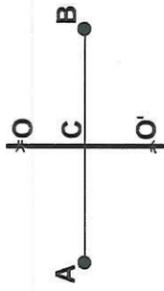


Figura 1. Trazado de la mediatriz de una recta AB (método 1)

Si no hay espacio en uno de los lados de la recta AB para el trazado de los arcos, se determinarán a un mismo lado de ella y con dos radios distintos, dando origen a los puntos O y O' (figura 2) procurando que estos no se hallen muy próximos.

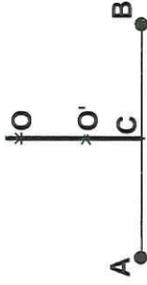


Figura 2. Trazado de la mediatriz de una recta AB (método 2)

## 1.2 Trazado de una perpendicular en un punto cualquiera (C) de la recta (AB)

Se señalan a cada lado de C distancias iguales CD y CE. Haciendo centro en los puntos D y E y con el mismo radio, se describen dos arcos que se corten en el punto O'; la recta CO' es la perpendicular propuesta (figura 3).

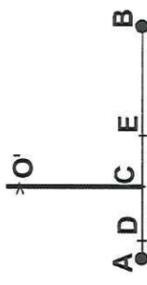


Figura 3. Trazado de una perpendicular en un punto dado de la recta AB

### 1.3 Trazado de una perpendicular en el extremo de una recta (AB)

**Primer procedimiento:** Desde un punto cualquiera O, situado fuera de la recta AB (figura 4) se describe un arco pasando por el extremo B de la misma y que corte a esta en el punto D. Ahora se hace pasar por D y O una recta que corte al arco anterior en el punto E. La recta que une B con E es la perpendicular propuesta.

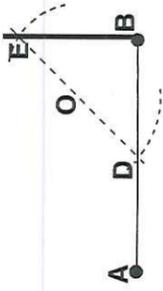


Figura 4. Trazado de una perpendicular en el extremo de la recta AB

**Segundo procedimiento:** Desde A como centro (figura 5), y con un radio cualquiera, se describe un arco que corte a la recta en el punto C y desde este nuevo punto como centro, y con el mismo radio, se describe otro arco que corte al primero en el punto D; trazando una recta que pase por C y D y describiendo desde D, como centro, otro arco del mismo radio que los anteriores, se obtiene el punto E sobre esta recta, siendo la recta que une el punto A con el E la perpendicular propuesta.

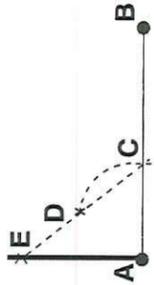


Figura 5. Trazado de una perpendicular en el extremo de la recta AB

### 1.4 Trazado de una perpendicular a una recta (AB) desde un punto fuera de la misma

Desde el punto dado O (figura 6) se describe un arco que corte a la recta en los puntos C y D y, desde estos como centro, se describen dos arcos de igual radio hasta cortarse, obteniéndose el punto O', que unido con el punto O por medio de una recta determina la perpendicular deseada. El punto O' se puede obtener a uno u otro lado de la recta AB (figuras 1 y 2).



Figura 6. Obtención de la perpendicular desde un punto fuera de la recta AB

### 1.5 Trazado de una recta paralela a otra (AB) a una distancia determinada

Desde dos puntos C y D de la recta dada y como centros, se describen dos arcos con radios iguales a la distancia dada (d) (figura 7). La recta tangente a estos arcos es la paralela propuesta.

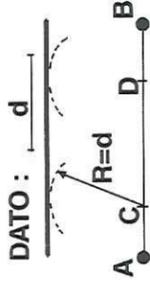


Figura 7. Trazado de una recta paralela a una distancia determinada

### 1.6 Trazado de una curva paralela a otra (AB) y a una distancia determinada

Con un radio igual al dado (d) (figura 8) y desde varios puntos de la curva, se trazan los respectivos arcos y, tangencialmente a estos arcos, se traza la curva propuesta.

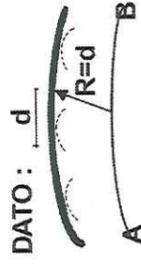


Figura 8. Trazado de una curva paralela a una distancia dada

### 1.7 Trazado de una paralela a una recta (AB) que pase por un punto dado

Desde el punto dado C y con un radio cualquiera, se describe un arco que corte a la recta en el punto D (figura 9). Desde este punto como centro, y con el mismo radio, se describe otro arco que pasando por C, corte a la recta en el punto E. Desde el punto D, con un radio igual a CE, se describe otro arco que corte al anterior en F y se traza la recta CF por los puntos obtenidos, resultando la paralela propuesta.



Figura 9. Trazado de una paralela que pase por C

### 1.8 Trazado de un ángulo igual a otro en un punto dado (A) de una recta

Desde los puntos A y D, punto dado de la recta y vértice del ángulo dado respectivamente, como centros se describen dos arcos con radios iguales. Con un radio igual a EF, y desde B como centro, se describe un arco que corta al primero en el punto C, que unido con el punto A a través de una recta, forma con la recta AB el ángulo propuesto (figura 10).

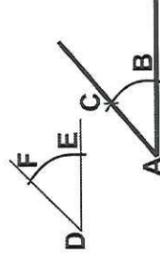


Figura 10. Trazado de un ángulo igual en un punto

### 1.9 Trazado de la bisectriz de un ángulo

Con un radio de una medida cualquiera y haciendo centro en A (vértice del ángulo dado), se traza un arco que corta los lados del ángulo en los puntos C y B. Ahora, haciendo centro en estos puntos y con un radio cualquiera, se trazan dos arcos que se corten entre sí, obteniendo el punto D. Uniendo dicho punto D con el vértice A se obtiene la bisectriz deseada (figura 11).

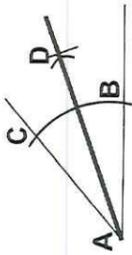


Figura 11. Trazado de la bisectriz de un ángulo

### 1.10 Trazado de un ángulo de 45 grados

**Primer procedimiento:** Sea la recta AB. En un punto cualquiera de ella, por ejemplo en C, levantamos una perpendicular a través de uno de los procedimientos conocidos. Haciendo centro en C y, con una abertura igual a CE, se traza un arco que corta a la recta AB en E y a la CD en F.

Uniendo los puntos E y F con una recta, ésta formará un ángulo de 45° con la horizontal AB (figura 12).

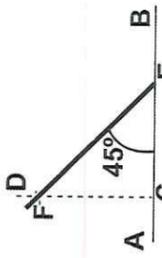


Figura 12. Trazado de un ángulo de 45 grados - primer procedimiento

**Segundo procedimiento:** Sobre la recta AB, y en el punto C, trazamos una perpendicular por cualquiera de los procedimientos conocidos. Haciendo centro en C, con un radio cualquiera, trazamos un arco que cortará en D y E, haciendo centro en D y E, con la misma abertura u otra cualquiera, trazaremos dos arcos que se corten para obtener la bisectriz, que será el ángulo de 45° deseado (figura 13).

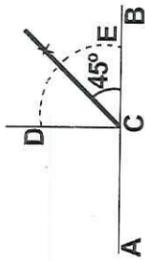


Figura 13. Trazado de un ángulo de 45 grados - segundo procedimiento

### 1.11 Trazado de ángulos de 30 y 60 grados

Sobre la recta AB, y con un radio cualquiera, trazaremos un arco haciendo centro en C (figura 14). Con la misma abertura y haciendo centro en A y B trazamos arcos que corten al anterior en D y E. Uniendo estos puntos, con el centro C, se obtienen ángulos de 60°. Si trazamos la bisectriz de uno de ellos obtendremos el ángulo de 30° deseado.

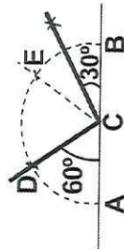


Figura 14. Trazado de ángulos de 30 y 60 grados

### 1.12 Suma y resta de ángulos

Por los procedimientos utilizados en las figuras 13 y 14, trazamos ángulos de 45° y 30°. Transportando los ángulos según el procedimiento de la figura 10, obtendremos los ángulos deseados (figura 15).

**Ángulo de 75°:** Tomando la abertura DE (30°) y sumándola desde el punto C (45°), obtendremos el punto F, que unido con el punto A nos dará el ángulo de 75°.

**Ángulo de 15°:** Tomando la abertura DE (30°) y restándola desde el punto C (45°), obtendremos el punto G, que unido con el A nos dará el ángulo de 15°. Este ángulo también se puede conseguir trazando la bisectriz del ángulo de 30°. Con los procedimientos utilizados en las figuras 13 y 14 trazamos ángulos de 45° y 60°. Transportando ángulos según el procedimiento de la figura 10, obtendremos los ángulos deseados (figura 16).

**Ángulo de 22° 30':** Se obtiene trazando la bisectriz del ángulo de 45°.

**Ángulo de 67° 30':** Tomando la abertura EF (22° 30') y sumándola desde el punto C (45°), obtendremos el punto G, que unido con el punto A nos dará el ángulo de 67° 30'.

**Ángulo de 105°:** Tomando la abertura EC (45°) y sumándola desde el punto D (60°), obtendremos el punto H, que unido con el punto A nos dará el ángulo de 105°.

Por este procedimiento, se pueden trazar diversos ángulos, buscando la combinación de ángulos conocidos, bisectrices o sumas y restas.

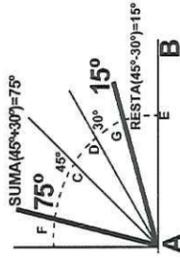
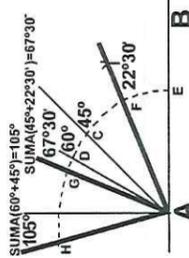


Figura 15. Suma y resta de ángulos



Figuras 15. Suma y resta de ángulos

### 1.13 Trazado de otros ángulos

Cuando no sea posible obtenerlos por el procedimiento anterior, se pueden determinar, con mucha aproximación, a través del siguiente procedimiento de ejemplo de trazado de un ángulo de 78°.

Tomando un radio de trazado fijo (R=21 mm en la figura 17), u otro cualquiera para hacer los cálculos, se aproxima lo más posible, el trazado del ángulo por los procedimientos anteriores (75° = 45° + 30°) y luego se le añade el desarrollo correspondiente al ángulo diferencia (3°) a partir del punto F, determinando el punto G, que unido con el punto A nos dará el ángulo de 78°.

Para calcular el ángulo diferencia ( $3^\circ$ ), se hará por la siguiente fórmula:

A  $360^\circ$  le corresponde una longitud de  $2\pi R$ . Entonces, a  $\alpha^\circ$  le corresponderá  $d = (2\pi R \alpha^\circ) / 360^\circ$ ; así  $d = (\pi R \alpha^\circ) / 180^\circ$  (figura 18).

En el ejemplo, tendremos:  $d = (3,14 \times 21 \times 3^\circ) / 180^\circ = 1,1 \text{ mm}$  (figura 17).

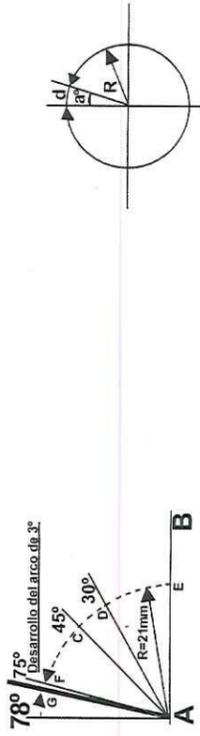
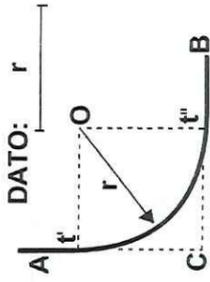


Figura 17. Obtención de un ángulo de  $78^\circ$

Figuras 18. Obtención de la longitud d

### 1.14 Trazado de la unión de dos líneas perpendiculares por medio de un radio (r) dado

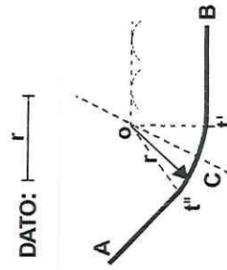
Sean AC y BC las perpendiculares entre sí y r el radio dado. Con una distancia igual a r y haciendo centro en C, se trazan arcos que corten a AC y BC en los puntos  $t'$  y  $t''$ , respectivamente. Haciendo centro en estos puntos, con el mismo radio, se trazan arcos hasta cortarse, obteniendo el punto O (figura 19), desde el que se traza el arco tangente que será la unión de dichas perpendiculares con el radio dado.



Figuras 19. Trazado de la unión de 2 líneas perpendiculares

### 1.15 Trazado de la unión de dos líneas que forman un ángulo obtuso por medio de un radio (r) dado

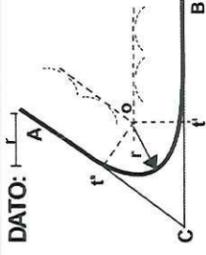
Para efectuar este trazado, se determina la bisectriz del ángulo obtuso dado (figura 20) y, con un radio igual al dado, se traza una paralela a la línea BC cortando a la bisectriz en el punto O, desde el cual se trazan sendas perpendiculares a las líneas AC y CB, obteniendo los puntos  $t'$  y  $t''$ , puntos de tangencia de la curva con las rectas. Con un radio igual a (r) (distancia equivalente a O-t') se traza la curva que une a los segmentos que forman el ángulo obtuso.



Figuras 20. Trazado de unión buscado

### 1.16 Trazado de la unión de dos líneas que forman un ángulo agudo por medio de un radio (r) dado

Este trazado se puede realizar como en el apartado anterior o de la siguiente forma: con un radio igual al dado (figura 21), se trazan paralelas a las rectas AC y CB que se cortarán en O, y trazando desde este punto sendas perpendiculares a las rectas CB y CA se obtendrán, sobre ellas, los puntos de tangencia  $t'$  y  $t''$ , los cuales se unen con una curva de radio (r) haciendo centro en O, quedando determinado el trazado buscado.



Figuras 21. Trazado de la unión de dos líneas que forman un ángulo agudo con un radio

### 1.17 Trazado de la unión de una curva de radio (R) con una línea por medio del radio dado (r)

Para realizar este ejercicio, se trazan paralelas a la recta y a la curva (figura 22), con radio igual a (r) para la recta CB y radio  $R'$  para la curva AC ( $R' = R + r$ ), obteniendo el punto D en su intersección. Desde el punto D se traza una perpendicular a la recta CB obteniendo sobre ella el punto de tangencia  $t'$ , y uniendo D con O obtendremos sobre la curva AC el punto de tangencia  $t''$ . Haciendo centro en D y con un radio igual a (r), trazaremos la curva que une la recta con la curva.

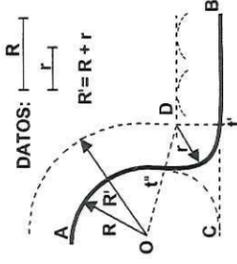


Figura 22. Trazado de la unión de una curva con una línea con un radio dado

### 1.18 Hacer pasar una circunferencia de radio dado por dos puntos

Sea (r) el radio dado y A y B los puntos dados. Se unen los puntos A y B mediante una recta y se levanta una perpendicular en su punto medio. Desde A o B y con un radio (r) se corta dicha perpendicular por el punto O, el cual será el centro de la circunferencia del radio buscado(r) (figura 23).

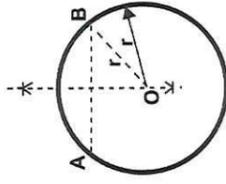


Figura 23. Trazar una circunferencia que pasee por dos puntos

### 1.19 Hacer pasar una circunferencia por tres puntos que no estén en línea recta

Sean los puntos A, B y C. Se unen entre sí mediante rectas y se trazan perpendiculares a dichas rectas en sus puntos medios (mediatriz de AB y de BC), obteniendo el punto O de intersección, el cual será el centro de la circunferencia que pase por los tres puntos dados (figura 24).

Este método es muy útil para determinar el radio de una curva en la que no conocemos su radio. En dicha curva se sitúan tres puntos al azar A, B y C y luego se aplica el método descrito para obtener el centro de la circunferencia O y, por consiguiente, el radio (r) de dicha curva.

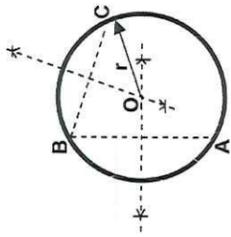


Figura 24. La circunferencia que une los tres puntos

### 1.20 Trazado de una tangente a una circunferencia

Sea la circunferencia de radio (r), con centro en O, y A el punto por el cual se quiere que pase la tangente (figura 25). En el punto A se realiza una perpendicular al radio OA (por cualquiera de los métodos conocidos), obteniendo el punto B, que unido con el punto A por medio de una recta, da lugar a la tangente a la circunferencia en el punto deseado.

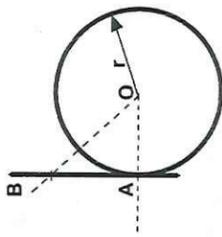


Figura 25. Tangente de la circunferencia

### 1.21 División de la circunferencia en 3 partes iguales

Trazando el eje del diámetro se obtienen los puntos A y B. Haciendo centro en B, y con un radio igual a la mitad del diámetro (radio de la circunferencia), se traza un arco hasta cortar a la circunferencia, obteniendo los puntos C y D, que junto con el punto A, serán las 3 divisiones buscadas (figura 26). Si unimos los puntos A, C y D, obtendremos un triángulo equilátero.

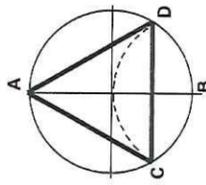


Figura 26. División en tres partes iguales

### 1.22 División de la circunferencia en 4, 8 y 16 partes iguales

Trazando los ejes de la circunferencia AB y CD, perpendiculares entre sí, se obtienen las 4 divisiones buscadas (figura 27). Trazando las bisectrices de cada cuadrante se obtendrán 8 divisiones y, volviendo a trazar las bisectrices, obtendremos las 16 divisiones de la circunferencia. Si unimos los puntos A, B, C y D, obtendremos un cuadrado.

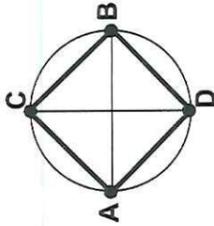


Figura 27. División en 4 partes iguales

### 1.23 División de la circunferencia en 5 partes iguales

Se trazan los ejes de la circunferencia AB y CD. Ahora, con centro en B y radio igual al de la circunferencia OB, se trazan arcos que corten a la circunferencia en los puntos E y F, que unidos entre sí por una recta, corta al diámetro en el punto O' (punto medio o mediatriz del segmento OB) (figura 28).

Haciendo centro en O', y con radio igual a O'C, se traza sobre el eje AB el punto G que se traslada, por medio de un arco de centro en C a la circunferencia, obteniéndose el punto G', que será una de las 5 divisiones buscadas. Para obtener los 5 puntos de división, se lleva la distancia CG' simétricamente desde los puntos C, el G' y el simétrico a éste. Uniendo estos puntos entre sí obtendremos un pentágono.

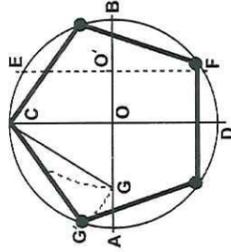


Figura 28. División en cinco partes

### 1.24 División de la circunferencia en 6 partes iguales

Se trazan los diámetros de la circunferencia AB y CD. Con centro en D y C, y con un radio igual al de la circunferencia, se trazan arcos que corten a la circunferencia en E, F, G y H, obteniéndose de este modo las 6 divisiones buscadas (figura 29). Si unimos entre sí los puntos C, H, F, D, E y G, obtendremos un hexágono.

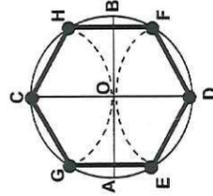


Figura 29. La división en 6 partes y el hexágono correspondiente

### 1.25 División de la circunferencia en 7 y 14 partes iguales

Primero se siguen los pasos de la figura 28 (punto 1.23) hasta obtener el punto  $O'$ . Ahora, tomando la distancia  $FO'$  (figura 30) se traslada a la circunferencia, obteniendo el punto G. La distancia FG es una de las 7 divisiones buscadas que se llevará simétricamente desde los puntos F y C. Para obtener las 14 divisiones trazamos las correspondientes bisectrices.

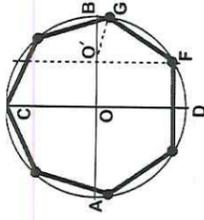


Figura 30. La división de la circunferencia en 7 partes iguales

### 1.26 División de la circunferencia en 10 partes iguales

Primero se siguen los pasos de la figura 28 (punto 1.23) hasta obtener el punto  $O'$ . Haciendo centro en  $O'$ , y con radio  $O'O$ , se traza un semicírculo y, tangente a éste, un arco de centro en C, obteniendo el punto G, que unido con C determinará una de las 10 divisiones buscadas (figura 31). Para obtener los restantes puntos de las 10 divisiones, se trasladará la distancia CG simétricamente a partir de los puntos C y D.

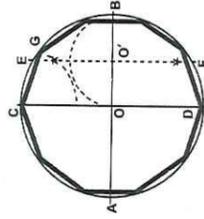


Figura 31. La división en 10 partes

### 1.27 División de la circunferencia en 12 partes iguales

Trazando los ejes de la circunferencia obtendremos los puntos A, B, C y D. Haciendo centro en ellos y con radio OA, trazaremos arcos que corten a la circunferencia, obteniendo las 12 divisiones buscadas (figura 32).

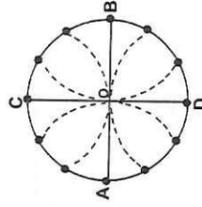


Figura 32. La división en 12 partes de una circunferencia

### 1.28 División de la circunferencia en 15 partes iguales

Primero se realizan los pasos como en la figura 28 (punto 1.23) y la figura 31 (punto 1.26) hasta obtener el punto G. Haciendo centro en C y con radio CO, trazaremos un arco hasta cortar a la

circunferencia en el punto H. La distancia GH es una de las 15 divisiones buscadas (figura 33). Para obtener los puntos de las 15 divisiones, se trasladará la distancia GH simétricamente a partir del punto C.

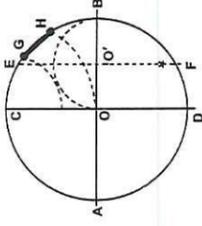


Figura 33. División en 15 partes iguales

### 1.29 División de la circunferencia en cualquier número de partes iguales (por o impar)

Este sistema se utilizará, preferentemente, para casos no conocidos de división de la circunferencia (9, 11, 13, etc.). Dado que este sistema puede resultar poco exacto en su construcción, es conveniente utilizar los puntos vistos anteriormente para los casos conocidos (3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 14, 15 o 16 divisiones iguales).

Se traza el diámetro de la circunferencia AB (figura 34) y se divide en un número de partes iguales, las mismas en que queremos dividir la circunferencia, por ejemplo en 9. En caso de dividir la circunferencia en 11 partes, se dividirá el diámetro AB en 11 partes.

Para hacer estas divisiones de forma exacta se traza una línea BC, formando un ángulo cualquiera con AB y se divide en 9 partes, con una medida arbitraria, y se une el punto 9 con el 0', se trazan paralelas por los puntos 8, 7, etc., obteniendo las divisiones del diámetro AB en los puntos 8', 7', etc.

Haciendo centro en 0 y 9' se trazan arcos que se cortan en O, el cual se une con los puntos pares 8', 6', 4' y 2' (en este caso por ser el número de divisiones impar) y se prolongan hasta cortar a la circunferencia en los puntos D, E, F y G. Estos puntos se pasan simétricamente, haciendo centro en el punto 0, quedando, de este modo, dividida la circunferencia en las 9 partes iguales buscadas.

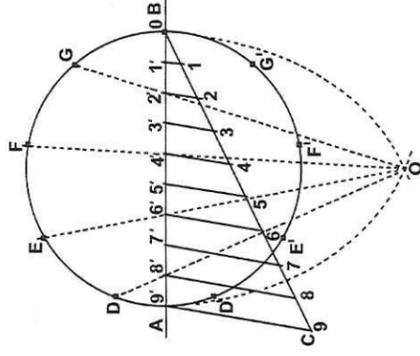


Figura 34. La división de la circunferencia con el método general

### 1.30 Trazado de una arco de medio punto

En realidad, este arco es una simple semicircunferencia (figura 35). El diámetro AB se llama cuerda y, a la distancia OC, flecha. Conociendo la cuerda AB, basta hallar su punto medio O, que será el centro de la semicircunferencia de radio OC.

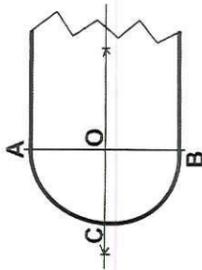


Figura 35. Arco de medio punto

### 1.31 Trazado de un arco escarzano

Este arco es menor que una semicircunferencia (figura 36) y se utiliza para fondos de depósitos con poca presión interna. Para su trazado es necesario conocer su cuerda AB y su flecha CD. Conociendo estos datos, se une el punto A con el C y se traza la mediatriz hasta cortar a la prolongación de la flecha (eje del depósito) en el punto O, siendo éste el centro del arco.

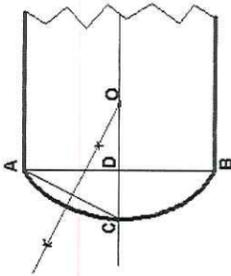


Figura 36. Arco escarzano

### 1.32 Trazado de un arco carpanel de 3 centros

Este arco se emplea para fondos de depósitos con mucha presión interna (figura 37). Una vez representada la cuerda AB y la flecha OC, se traza un arco de radio OB y centro en O hasta que corte a la prolongación de la flecha en el punto D, con centro en C y radio CD se abate este punto sobre la recta CB, obteniendo el punto E.

Se traza la mediatriz del segmento EB que cortará a la cuerda en el punto O' y a la prolongación de la flecha en el punto O'', los cuales serán los centros de los arcos Bt, tt' y tA respectivamente. Para obtener el segundo centro O', basta trasladarlo simétricamente con centro en el punto O.

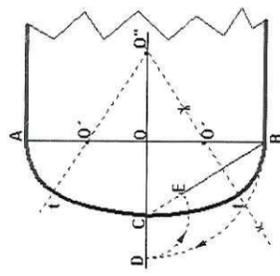


Figura 37. Trazado del arco carpanel de 3 centros

### 1.33 Trazado de un arco de gran tamaño conocida su cuerda (luz) y su flecha

Para trazar este tipo de arcos, se puede utilizar dos procedimientos:

**Primer procedimiento:** Sobre una recta se lleva la longitud AB igual a la cuerda y, en el punto medio de la recta (punto C), se traza una perpendicular, sobre la que se lleva una longitud igual a la flecha, obteniendo el punto D (figura 38). Se une el punto D con A y B, y por D se traza una paralela a AB. En el punto B se traza una perpendicular a BC y otra a BD, obteniendo los puntos E y G respectivamente. Se dividen las distancias BC y DG en un número de partes iguales, obteniendo los puntos a, b, c y la distancia BE en el mismo número de partes iguales, obteniendo los puntos a', b', y c'. Por la intersección de las líneas a'D, b'D y c'D con las oblicuas aa, bb y cc se obtienen los puntos a'', b'' y c'', que unidos entre sí con B y D con una regla flexible, nos dará el arco propuesto. Para trazar la otra mitad del arco DA, se procede del mismo modo.

**Segundo procedimiento:** Una vez representadas la cuerda AB y la flecha CD, del mismo modo que en el procedimiento anterior (figura 38), y con centro en A y B, se trazan dos arcos iguales, con cualquier radio (lo mayor posible) que cortarán a las líneas AD y BD en los puntos O. Sobre los arcos trazados a una y otra parte de los puntos O se llevan distancias iguales (sin salirse de la recta AC y BC) (figura 39).

A continuación se unen los puntos A y B con las divisiones a, b, c y se prolongan hasta cortar a las líneas correspondientes del lado opuesto, obteniendo de este modo los puntos a', b' y c', los cuales unidos por una curva continua nos proporcionará el arco propuesto.

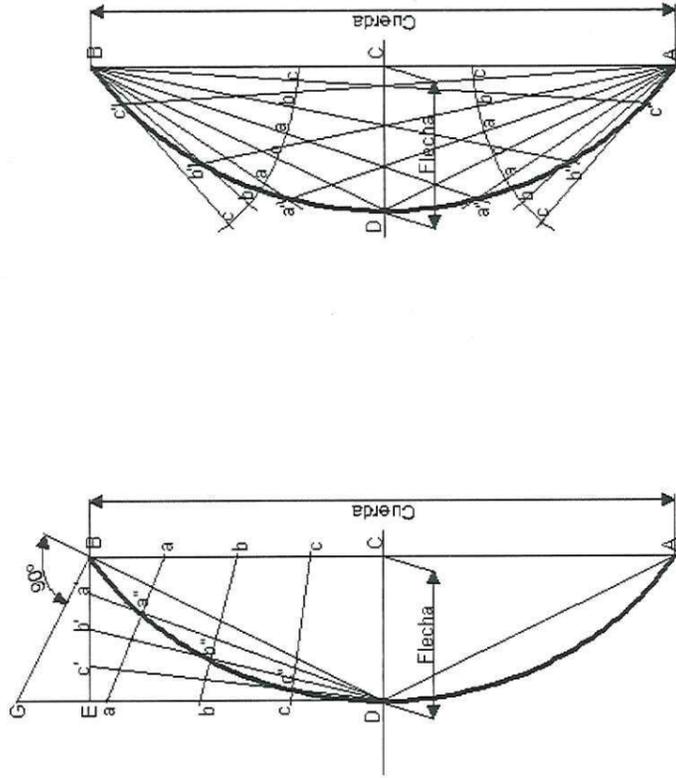


Figura 38. El primer procedimiento

Figura 39. La otra alternativa

### 1.34 Trazado de la elipse conociendo sus dos ejes (AB) y (cd)

Con radios iguales a los semiejes OB y Oc, se describen dos circunferencias con centro en O. Estas circunferencias se dividen en un cierto número de partes iguales (12 por ejemplo), obteniendo los puntos a y b (figura 40). Seguidamente, se hacen pasar por los puntos a y b de la circunferencia menor paralelas al eje mayor, y por los puntos a' y b', de la circunferencia mayor, paralelas al eje menor, que por su intersección con las otras paralelas del mismo origen, determinan los puntos a'' y b'' pertenecientes a la elipse, conjuntamente con los puntos A, B, c y d. Uniendo entre sí todos estos puntos tendremos la elipse deseada.

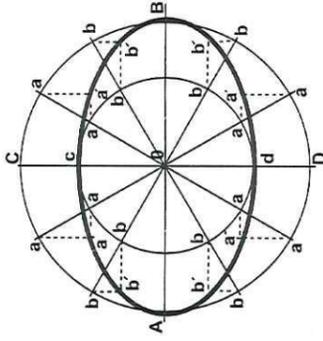


Figura 40. Trazado de una elipse

### 1.35 Trazado de la falsa elipse conociendo el eje mayor

Conocemos el eje AB. Se divide AB en tres partes iguales, obteniendo los puntos C y D; con estos puntos como centros trazaremos las circunferencias auxiliares de radio CA y DB, obteniendo por su intersección los puntos E y F, que unidos mediante rectas con los puntos C y D determinarán, sobre las circunferencias auxiliares, los puntos de tangencia de las curvas G, H, I, J. Con centro en C y D se trazan los arcos GAJ y HBI y con centro en F y E los arcos GH y IJ respectivamente, obteniendo de este modo el óvalo deseado (figura 41).

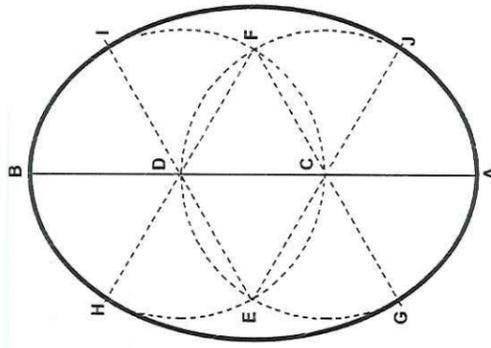


Figura 41. Una falsa elipse u óvalo

### 1.36 Trazado de un rectángulo de lados conocidos

Sobre una línea AB y, en uno de los extremos del lado conocido, se levanta una perpendicular sobre la que se lleva el otro lado conocido AC. Trazando paralelas a estas líneas, por los otros extremos de las rectas, se obtiene el rectángulo propuesto ABCD (figura 42).

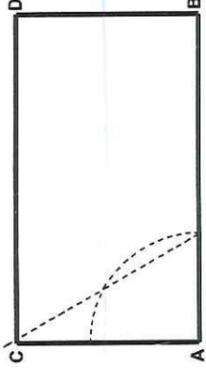


Figura 42. El rectángulo

### 1.37 Trazado de un triángulo equilátero conociendo su lado (a)

Sobre una recta AB se lleva el lado (a), y haciendo centro en A y B con radio igual al lado dado (a), se trazan dos arcos que se cortan en el punto C. Uniendo los puntos A, B y C entre sí, obtendremos el triángulo equilátero (triángulo de tres lados y ángulos iguales) (figura 43).

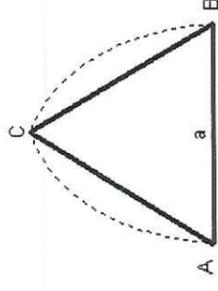


Figura 43. El triángulo equilátero

### 1.38 Trazado de un triángulo conociendo sus tres lados

Sean los lados conocidos a, b y c. Sobre una recta AB se lleva el lado mayor (c) y con un radio igual al lado (a) se traza un arco con centro en A. Con un radio igual al lado (b) se traza otro arco con centro en B, hasta cortar al anterior en el punto C. Uniendo los puntos A, B y C obtendremos el triángulo (figura 44).

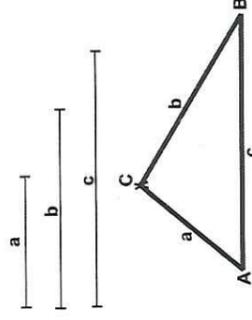


Figura 44. El triángulo resultante





## 2. Conocimientos básicos de geometría y trigonometría

Estas fórmulas que veremos a continuación nos servirán, más adelante, para calcular algunos trazados y desarrollos.

### Geometría

#### 2.1 Triángulo equilátero

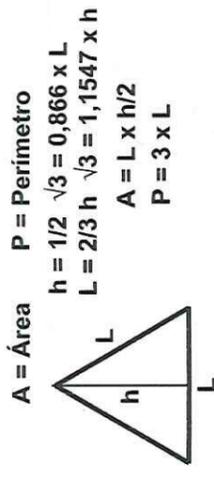


Figura 48. Fórmulas aplicables a los triángulos equiláteros

#### 2.2 Semejanza de triángulos

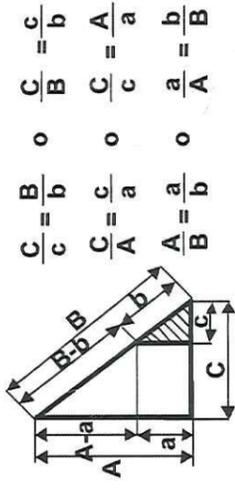


Figura 49. Las igualdades de semejanza en los triángulos

#### 2.3 Propiedades del triángulo rectángulo

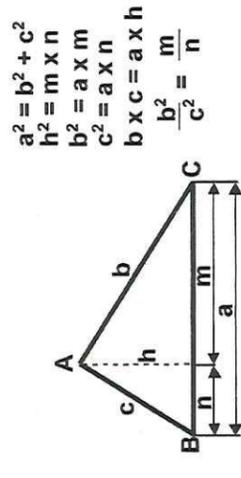


Figura 50. Las propiedades de los triángulos rectángulos

### 2.4 Lado opuesto a un ángulo agudo

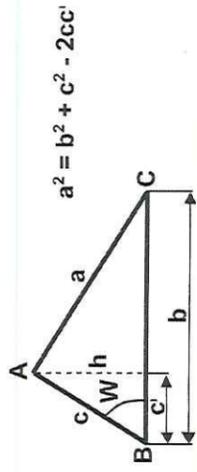


Figura 51. El triángulo y su igualdad

### 2.5 Lado opuesto a un ángulo obtuso

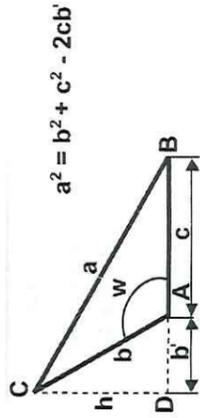


Figura 52. El triángulo y su igualdad

### 2.6 Triángulos semejantes

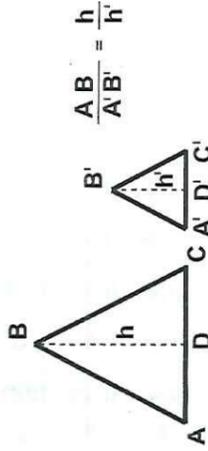


Figura 53. Las propiedades de los triángulos semejantes

### 2.7 Teorema de Tales

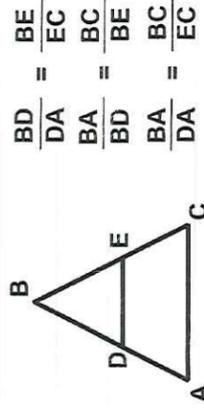


Figura 54. El teorema de Tales

### 2.8 Bisectriz de un ángulo interior

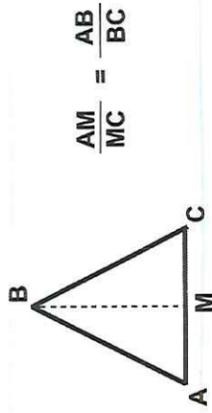


Figura 55. El triángulo y su igualdad de la bisectriz

### 2.9 Bisectriz de un ángulo exterior

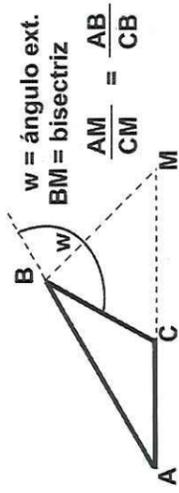


Figura 56. La igualdad de la bisectriz en un ángulo exterior

### 2.10 Medianas de un triángulo

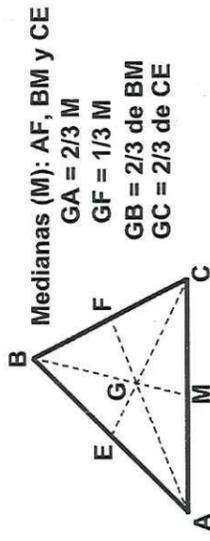


Figura 57. Las igualdades de las medianas

### 2.11 Triángulo inscrito y circunscrito

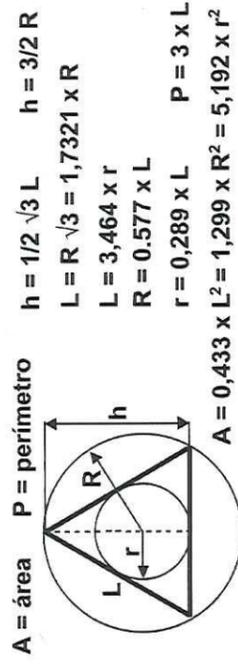


Figura 58. Las igualdades de los triángulos inscrito y circunscrito

### 2.12 Cuadrado inscrito y circunscrito

A = área P = perímetro d = diagonal

$L = R \sqrt{2} = 1,4142 \times R$   
 $L = 2 \times r$   
 $d = L \sqrt{2} = 1,4142 \times L$   
 $r = 0,5 \times L$   
 $R = 0,707 \times L$      $P = 4 \times L$   
 $A = L^2 = 2 \times R^2 = 4 \times r^2$

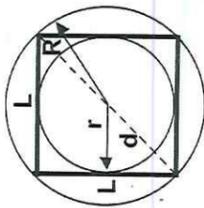


Figura 59. Las igualdades de los cuadrados inscrito y circunscrito

### 2.13 Rectángulo

A = área P = perímetro d = diagonal

Teorema de Pitágoras:  $d = \sqrt{h^2 + b^2}$   
 $h = \sqrt{d^2 - b^2}$   
 $b = \sqrt{d^2 - h^2}$

$A = b \times h$   
 $P = 2 \times b + 2 \times h$

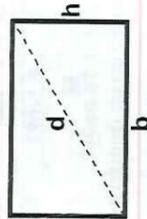


Figura 60. Las igualdades de un rectángulo

### 2.14 Trapecio

A = área P = perímetro

$c = B - b$   
 $a = \sqrt{c^2 + h^2}$   
 $A = \frac{(B + b)}{2} \times h$   
 $P = B + h + b + a$

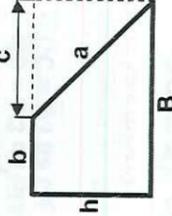


Figura 61. Las igualdades de un trapecio

### 2.15 Pentágono inscrito y circunscrito

A = área P = perímetro

$R = 0,851 \times L$   
 $r = 0,688 \times L$   
 $L = 1,176 \times R = 1,453 \times r$   
 $P = 5 \times L$   
 $A = 1,72 \times L^2 = 2,378 \times R^2 = 3,633 \times r^2$

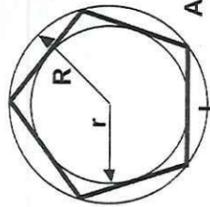


Figura 62. Las igualdades de los pentágonos inscrito y circunscrito

### 2.16 Hexágono inscrito y circunscrito

A = área P = perímetro a = apotema

$R = L = 1,155 \times r$   
 $r = 0,866 \times L = 0,866 \times R$   
 $a = 1/2 \times r \times \sqrt{3}$      $P = 6 \times L$   
 $A = 2,598 \times L^2 = 2,598 \times R^2 = 3,464 \times r^2$

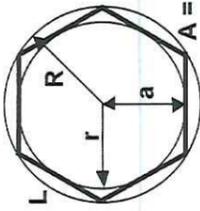


Figura 63. Las igualdades de los hexágonos inscrito y circunscrito

### 2.17 Círculo

A = área C = longitud de la circunferencia d = 2r

$C = 2 \times 3,1416 \times r$      $d = 2r$   
 $C = 6,2832 \times r$   
 $C = 3,1416 \times d$   
 $r = C / 6,2832$   
 $d = C / 3,1416$   
 $A = 3,1416 \times r^2 = 0,7854 \times d^2$

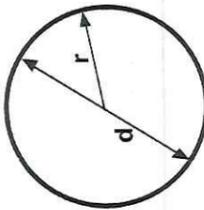


Figura 64. Las igualdades en un círculo

### 2.18 Sector circular

A = área L = desarrollo del arco

$L = 3,1416 \times r \times w / 180$   
 $L = 0,01745 \times r \times w$   
 $r = 57,296 \times L / w$   
 $w = 57,296 \times L / r$   
 $A = 0,5 \times r \times L = 0,008727 \times w \times r^2$

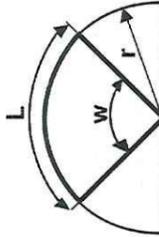


Figura 65. Las igualdades trasladadas a un sector circular

### 2.19 Segmento circular

A = área L = desarrollo del arco c = cuerda f = flecha

$c = 2 \times \sqrt{f(2r - f)}$   
 $r = c^2 + 4f^2 / 8f$   
 $L = 0,01745 \times r \times w$   
 $w = 57,29 \times L / r$   
 $f = r - 0,5 \times \sqrt{4r^2 - c^2} = 57,296 \times L / r$   
 $A = 1/2 [r \times L - c(r - f)]$

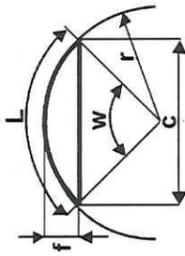


Figura 66. Las igualdades en un segmento circular

## 2.20 Corona circular

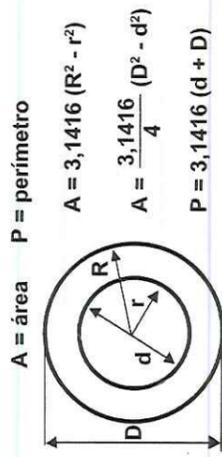


Figura 67. Las igualdades en una corona circular

## 2.21 Sector de corona circular

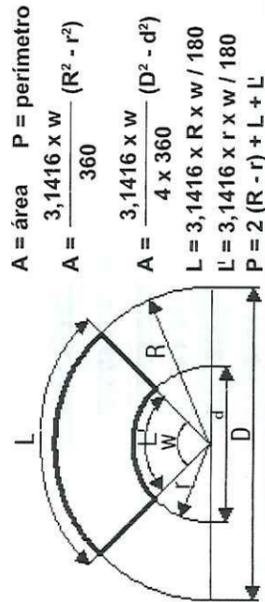


Figura 68. Las igualdades en sector de una corona circular

## 2.22 Elipse

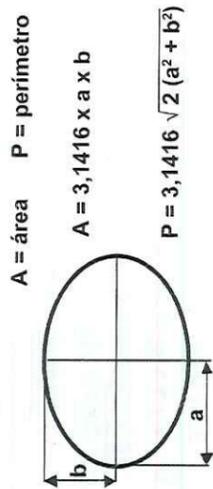


Figura 69. Las igualdades en una elipse

## Trigonometría

### 2.23 Triángulo rectángulo

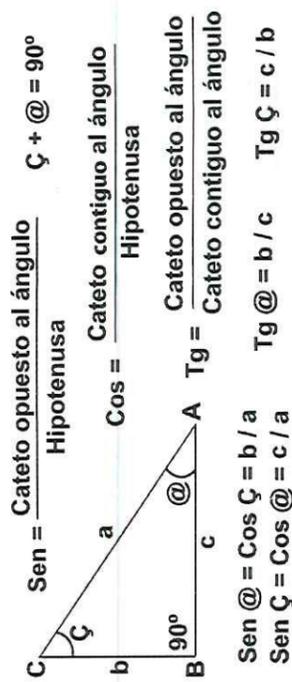


Figura 70. Las igualdades trigonométricas de un triángulo rectángulo

### 2.24 Resolución de triángulos rectángulos

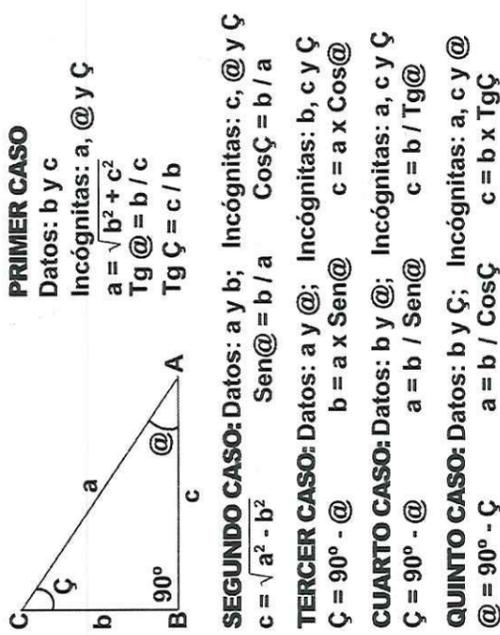


Figura 71. Las fórmulas trigonométricas en la resolución de triángulos rectángulos

### 2.25 Triángulo cualquiera

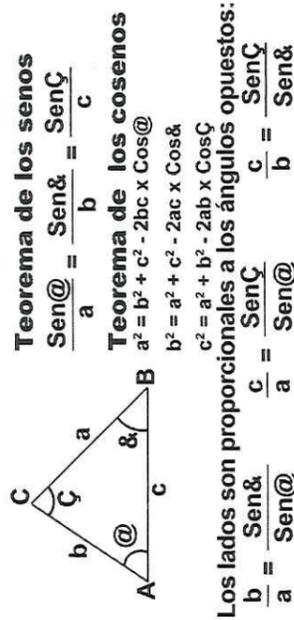
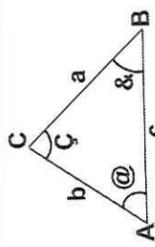


Figura 72. Las fórmulas trigonométricas en un triángulo cualquiera

### 2.26 Resolución de un triángulo cualquiera



**PRIMER CASO**

Datos:  $c, \alpha, \gamma$  &  
 $\zeta = 180^\circ - (\alpha + \gamma)$   
 $a = c \times \text{Sen} \alpha / \text{Sen} \zeta$   
 $b = c \times \text{Sen} \gamma / \text{Sen} \zeta$

**SEGUNDO CASO:** Datos:  $a, b, \gamma$  &  
 $\text{Sen} \alpha = b \times \text{Sen} \gamma / a$      $\zeta = 180^\circ - (\alpha + \gamma)$   
 $c = a \times \text{Sen} \zeta / \text{Sen} \gamma$

**TERCER CASO:** Datos:  $a, b, \zeta$

$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \text{Cos} \zeta}$   
 $\text{Sen} \alpha = a \times \text{Sen} \zeta / c$      $\text{Sen} \gamma = b \times \text{Sen} \zeta / c$

**CUARTO CASO:** Datos:  $a, b, \gamma$  &

$\text{Cos} \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$      $\text{Cos} \gamma = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$

$\text{Cos} \zeta = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

Figura 73. Las fórmulas trigonométricas en la resolución de triángulos cualquiera

### 2.27 Aplicación en un ejemplo

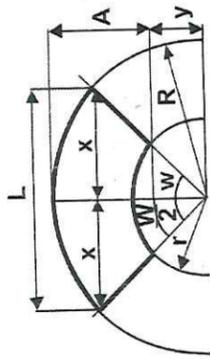


Figura 74. Ejemplo para calcular las cotas máximas del desarrollo de un tronco de cono

**DATOS:**  $R, r, w$     **INCÓGNITAS:**  $L, y, A$

$\text{Cos}(w/2) = y / r$      $y = r \times \text{Cos}(w/2)$      $A = R - y$

$\text{Sen}(w/2) = x / R$      $x = R \times \text{Sen}(w/2)$      $L = 2x$

## 3. Cálculos del desarrollo de piezas curvadas en chapa, perfiles, tubos y piezas plegadas en chapa

### 3.1 Cálculos para el curvado de chapa

Es importante determinar la situación de la fibra neutra, que constituirá el radio neutro (rn) o diámetro neutro (dn) de curvatura. En las chapas, la fibra neutra pasa por la mitad del espesor. Para el estudio del cálculo, lo dividiremos en dos partes.

#### 3.1.1 Curvado de cuerpos cerrados (cilindros o virolas)

Las medidas que conoceremos normalmente serán el diámetro exterior (de) o el interior (di) y para calcular el diámetro neutro y el desarrollo, utilizaremos las siguientes fórmulas:

$dn = di + (e/2 + e/2) = di + e$      $dn = di + e$

$dn = de - (e/2 + e/2) = de - e$      $dn = de - e$

$Desa. = 2 \times 3,14 \times rn = 3,14 \times dn$      $Desa. = 3,14 \times dn$

di = Diámetro interior del cilindro;

de = Diámetro exterior del cilindro

dn = Diámetro neutro del cilindro;

e = Espesor de la chapa del cilindro;

h = Altura o longitud del cilindro o virola.

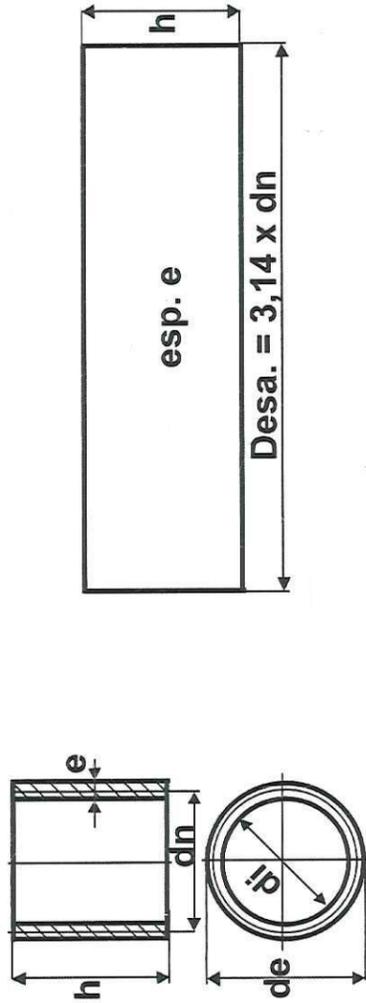


Figura 75. El curvado de cuerpos cerrados

#### 3.1.2 Curvado de cuerpos abiertos (tejas o canaletas)

En este caso es más interesante el conocimiento del radio interior (ri) o el radio exterior (re) y el ángulo (a) que forma la curva. Tenemos algunos casos particulares, cuando  $a = 90^\circ$ ,  $a = 180^\circ$  o  $a = 270^\circ$  (1/4, 1/2 y 3/4 de circunferencia) y uno general, cuando (a) puede ser cualquier ángulo.

$rn = ri + e/2;$

$rn = re - e/2.$

a) CUANDO  $a = 90^\circ$  (1/4 de circunferencia) (figura 76):

Desarrollo =  $3,14 \times r_n / 2$

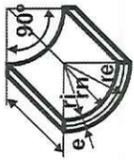


Figura 76.  $a = 90^\circ$

b) CUANDO  $a = 180^\circ$  (1/2 circunferencia) (figura 77):

Desarrollo =  $3,14 \times r_n$

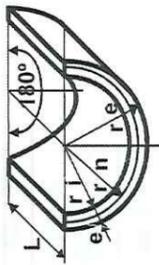


Figura 77.  $a = 180^\circ$

c) CUANDO  $a = 270^\circ$  (3/4 de circunferencia) (figura 78):

Desarrollo =  $2 \times 3,14 \times r_n \times 3/4$

Desarrollo =  $3 \times 3,14 \times r_n / 2$

Desarrollo =  $3/2 \times 3,14 \times r_n$

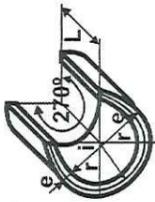


Figura 78.  $a = 270^\circ$

d) CUANDO  $a =$  cualquier ángulo (figura 79):

Desarrollo =  $3,14 \times r_n \times a^\circ / 180$

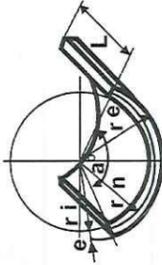


Figura 79.  $a =$  cualquier ángulo

Es interesante determinar, en muchas ocasiones, el radio interior, tanto en cilindros como en tejas, para trazar la plantilla, con el fin de comprobar la iniciación de los cantos de la chapa.



1) Cuando conocemos el diámetro exterior del cilindro:

$r_i = (d_e - 2e) / 2$

2) Cuando conocemos el radio exterior del cilindro:

$r_i = r_e - e$

3) Cuando conocemos el desarrollo para hacer el cilindro  $d_n = \text{Desa.} / 3,14$ :

$r_i = d_n - e/2$

### 3.1.3 Ejemplos de cálculo del curvado de chapa

**Ejemplo 1.** Calcular el desarrollo de un cilindro de 350 mm de  $\phi$  interior, espesor de 4 mm y longitud de 450 mm.

$d_n = d_i + e = 350 + 4 = 354 \text{ mm}$

$\text{Desa.} = 3,14 \times d_n = 3,14 \times 354 = 1.111,56 \text{ mm}$

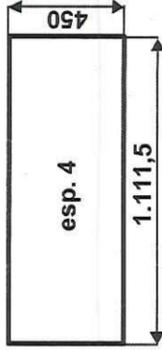


Figura 80. El ejemplo 1

**Ejemplo 2.** Calcular el desarrollo de un cilindro según el croquis.

$d_n = d_e - e = 650 - 3 = 647 \text{ mm}$

$\text{Desa.} = 3,14 \times d_n = 3,14 \times 647 = 2.031,58 \text{ mm}$

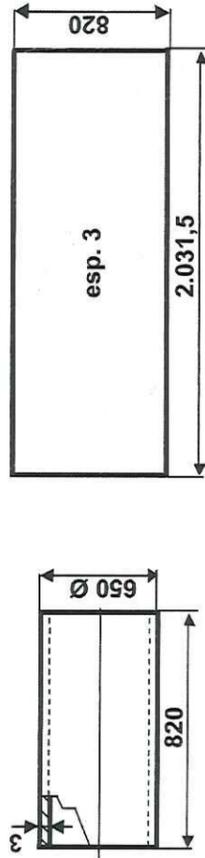


Figura 81. El ejemplo 2

**Ejemplo 3.** Calcular el desarrollo de una teja según el croquis.

$r_n = r_i + e / 2 = 200 + 10 / 2 = 205 \text{ mm}$

$\text{Desa.} = 3,13 \times r_n = 3,14 \times 205 = 643,7 \text{ mm}$



Figura 82. El ejemplo 3

**Ejemplo 4.** Calcular el desarrollo de la teja representada en el siguiente croquis.

$$rn = re - e / 2 = 300 - 6 / 2 = 297 \text{ mm}$$

$$\text{Desa.} = 3,14 \times rn \times a^\circ / 180 = 3,14 \times 297 \times 120^\circ / 180 = 621,72 \text{ mm}$$

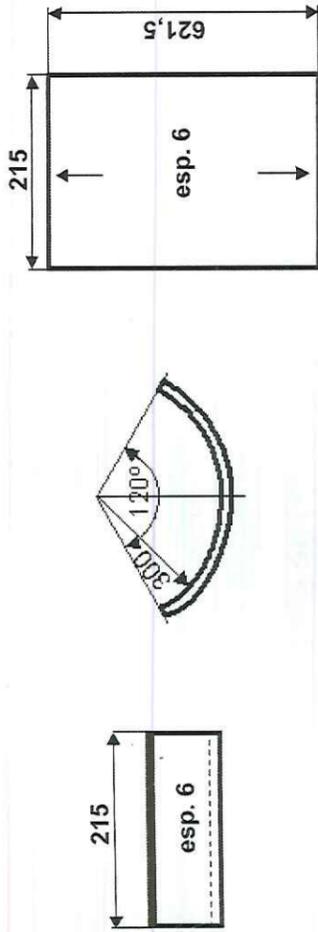


Figura 83. El ejemplo 4

**Ejemplo 5.** Calcular el radio de la plantilla para curvar un cilindro que nos dan en chapa cortada, cuyo desarrollo es según el croquis.

$$dn = \text{Desa.} / 3,14 = 2.066 / 3,14 = 657,96 \text{ mm} \sim 658 \text{ mm}$$

$$ri = (dn - e) / 2 = (658 - 8) / 2 = 325 \text{ mm}$$

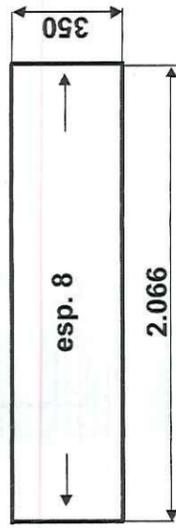
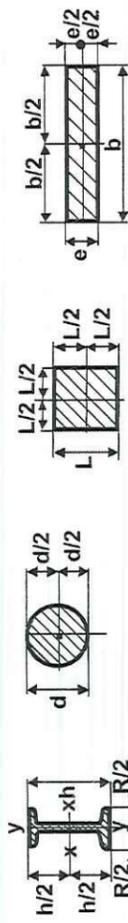


Figura 84. El ejemplo 5

### 3.2 Cálculos para el curvado de perfiles laminados

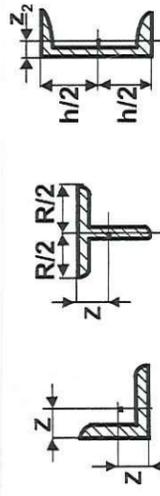
En los perfiles laminados, la fibra neutra coincide con el centro de gravedad del perfil y en aquellos que son simétricos, respecto a sus ejes (x-x) e (y-y), coinciden con el centro del perfil, como:



**DOBLE T    REDONDO    CUADRADO    LLANTA**

Figura 85. El centro de gravedad coincide con el centro del perfil

En cambio, en otros, la situación del centro de gravedad (cg) se ha de obtener en las tablas de perfiles laminados (para determinar  $Z_1$  o  $Z_2$ ), como por ejemplo:



**ANGULAR    TE SENCILLA    PERFIL EN U**

Figura 86. El centro de gravedad no coincide con el centro del perfil



Figura 87. El Gramil (G) y la rama (R)

Para el cálculo de la distancia G (Gramil) se depende de la rama (R):

$$G = (R / 2) + 5 \text{ mm.}$$

$$G = (R / 2) + 2,5 \text{ mm.}$$

- Para rama PAR (40, 50, 60, ..., 100):

- Para rama IMPAR (35, 45, 55, ..., 95):

Para el cálculo del curvado de perfiles laminados, igual que en la chapa, también se puede dividir en dos partes.

#### 3.2.1 Curvado de cuerpos cerrados (bridas, aros, zunchos, etc.)

Cuando se trata de una brida angular:

$$dn = di + 2G$$

$$dn = di + 2Z$$

$$\text{Desa.} = 3,14 \times dn$$

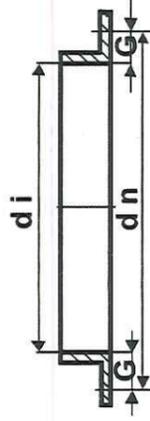


Figura 88. Curvado de un brida angular

Cuando se trata de una brida de llanta curvada:

$$dn = di + b$$

$$\text{Desa.} = 3,14 \times dn$$

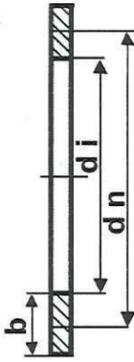


Figura 89. Curvado de una brida de llanta curvada

Cuando se trata de un aro de perfil en U:

$$dn = di + 2G$$

$$dn = di + 2Z_2$$

$$\text{Desa.} = 3,14 \times dn.$$

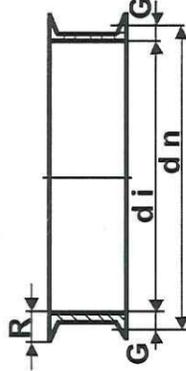


Figura 90. Curvado de un aro de perfil en U

Cuando se trata de un zuncho de cuadrado:

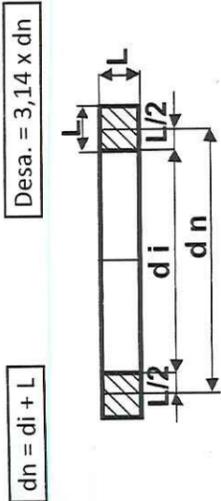


Figura 91. Curvado de un zuncho de cuadrado

### 3.2.2 Curvado de cuerpos abiertos (soportes, cunas, etc.)

Para el cálculo del radio neutro (rn), se procede como hemos visto anteriormente y para el cálculo del desarrollo, como hemos visto en el apartado 3.1.2 del curvado de chapa, según la curva forme un ángulo de 90°, 180°, 270° o un ángulo cualquiera (a°).

Ejemplos:

$rn = ri + G$

$Desa. = 3,14 \times rn / 2$

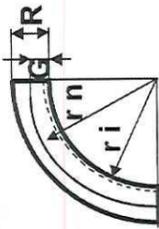


Figura 92. Perfil de L

$rn = ri + d / 2$

$Desa. = 3,14 \times rn$

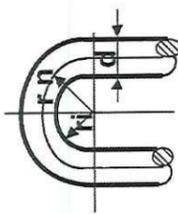


Figura 93. Perfil Redondo

$rn = ri + G$

$Desa. = 3,13 \times rn \times a^\circ / 180$

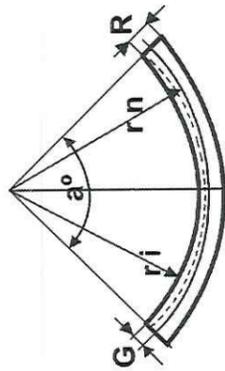


Figura 94. Perfil en U

### 3.2.3 Ejemplos de cálculo del curvado de perfiles laminados

Ejemplo 1. Calcular el desarrollo de la brida angular representada en el croquis.

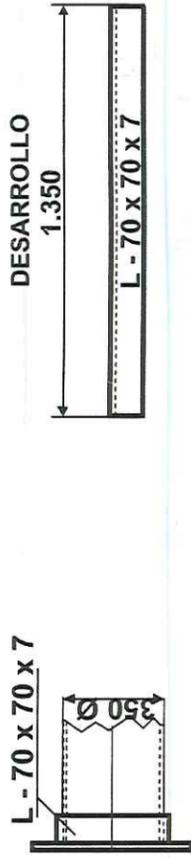


Figura 95. El ejemplo 1

$di = 350 \text{ mm}$   
 $G = R / 2 + 5 = 70 / 2 + 5 = 40 \text{ mm}$   
 $dn = di + 2G = 350 + 2 \times 40 = 430 \text{ mm}$   
 $Desa. = 3,14 \times dn = 3,14 \times 430 = 1.350,2 \text{ mm}$

Ejemplo 2. Calcular el desarrollo del siguiente tornillo de anclaje.

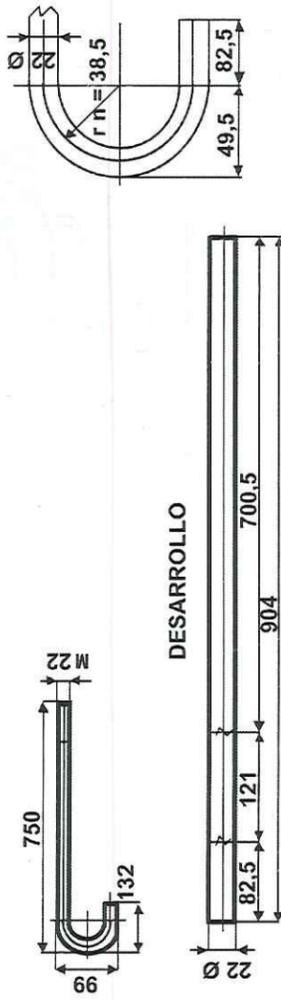


Figura 96. El ejemplo 2

$99 / 2 = 49,5 \text{ mm}$   
 $rn = 49,5 - 11 = 38,5 \text{ mm}$   
 $750 - 49,5 = 700,5 \text{ mm}$   
 $132 - 49,5 = 82,5 \text{ mm}$   
 $Desa. = 3,14 \times rn = 3,14 \times 38,5 = 121 \text{ mm}$

Ejemplo 3. Calcular el desarrollo de la siguiente cuna de perfil en U.

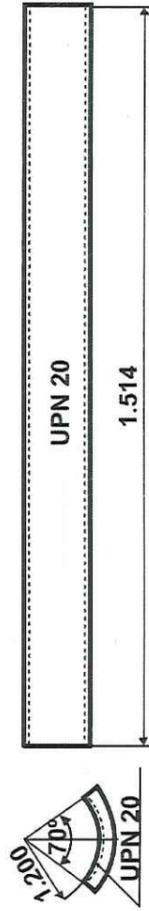


Figura 97. El ejemplo 3

S/Tablas U PN 20 .....  $R = 75 \text{ mm}$   
 $G = R / 2 + 2,5 = 75 / 2 + 2,5 = 40 \text{ mm}$   
 $rn = ri + G = 1.200 + 40 = 1.240 \text{ mm}$   
 $Desa. = 3,14 \times rn \times a^\circ / 180 = 3,14 \times 1.240 \times 70^\circ / 180 = 1.514,2 \text{ mm}$

### 3.3 Cálculos para el curvado de tubos

En la instalación de tuberías, es frecuente tener que determinar el avance de la curva y su desarrollo, cuando las medidas son dadas por el centro de la tubería, en cuyo caso tendremos los siguientes cálculos.

#### 3.3.1 Curvas de 90°

Puede ser de la propia tubería (figura 98) o con un codo comercial (figura 99).

En el caso de la figura 98 se calcula el desarrollo por las fórmulas:

$$a = R$$

$$l_1 = L_1 - a$$

$$l_2 = L_2 - a$$

$$\text{Desa.} = 3,14 \times R / 2 = 1,57 \times R$$

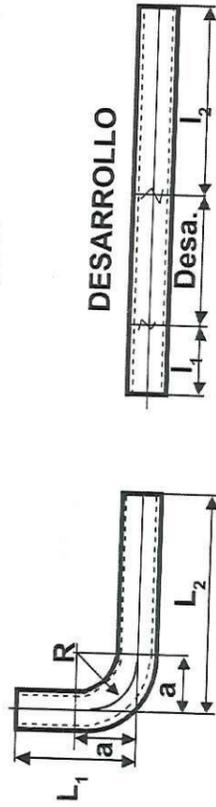


Figura 98. Las curvas de la propia tubería

En el caso de la figura 99 se hace el despiece correspondiente:

#### DESPIECE:

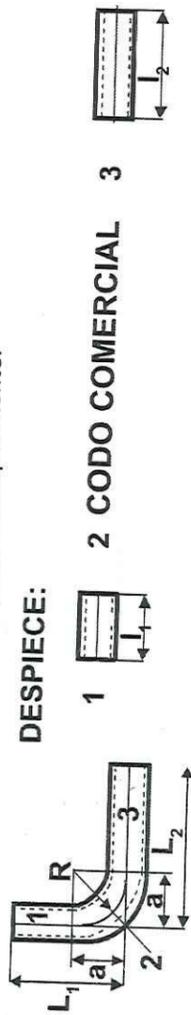


Figura 99. Codo comercial

Los cálculos para determinar  $l_1$  y  $l_2$  se hacen igual que en la figura 98.

#### 3.3.2 Curvas mayores de 90° (curvas abiertas)

Para este caso los cálculos se realizan mediante las siguientes fórmulas:

$$l_1 = L_1 - a$$

$$l_2 = L_2 - a$$

$$Tg(B^\circ/2) = a / R$$

$$\text{Desa.} = 3,14 \times R \times B^\circ / 180$$

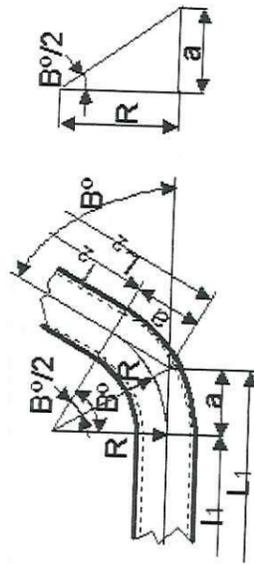


Figura 100. Curvas abiertas

#### 3.3.3 Curvas menores de 90° (curvas cerradas)

En este caso se emplean para el cálculo las siguientes fórmulas:

$$l_1 = L_1 - a$$

$$l_2 = L_2 - a$$

$$Tg(B^\circ/2) = R / a$$

$$\text{Desa.} = 3,14 \times R \times C^\circ / 180$$

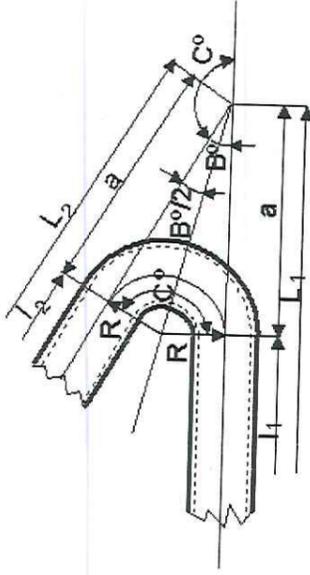


Figura 101. Curvas cerradas

#### 3.3.4 Ángulo de 45°

Cuando las curvas son de 45°, el cálculo del avance (a) es más sencillo.

$$\text{Curva abierta: } a = R / 2$$

$$\text{Curva cerrada: } a = 2 \times R$$

#### 3.3.5 Ejemplos de cálculo del curvado de tubos

Ejemplo 1. Calcular el desarrollo de la siguiente barandilla de tubería.

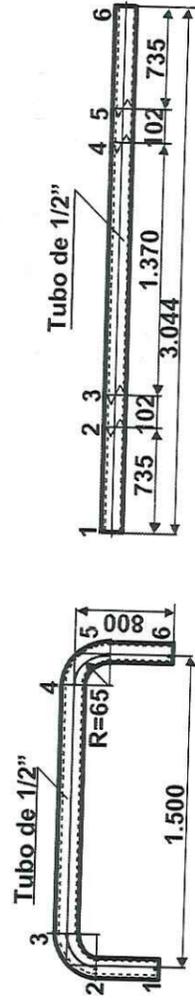


Figura 102. El ejemplo 1

Cálculos:  $a = R = 65 \text{ mm}$

Distancias 1-2 y 5-6 =  $800 - 65 = 735 \text{ mm}$

Distancias 2-3 y 4-5 (Desa.) =  $1,57 \times 65 = 102 \text{ mm}$

Distancia 3-4 =  $1.500 - 2 \times 65 = 1.370 \text{ mm}$

Ejemplo 2. Calcular el desarrollo de la siguiente pieza de tubo curvado.

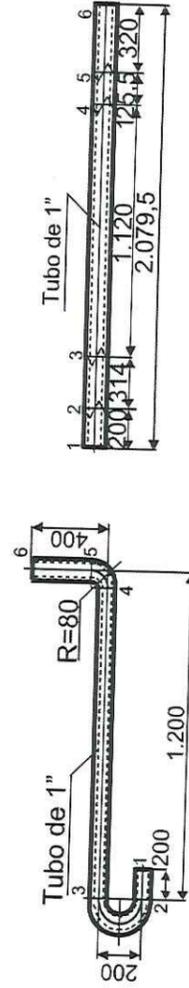


Figura 103. El ejemplo 2

Cálculos:

Distancia 1-2 = 200 mm

Distancia 2-3 =  $3,14 \times 100 = 314$  mm

Distancia 3-4 =  $1.200 - (100 + 80) = 1.120$  mm

Distancia 4-5 =  $1,57 \times 80 = 125,5$  mm

Distancia 5-6 =  $400 - 80 = 320$  mm

**Ejemplo 3.** Calcular el desarrollo de la siguiente pieza de tubo.

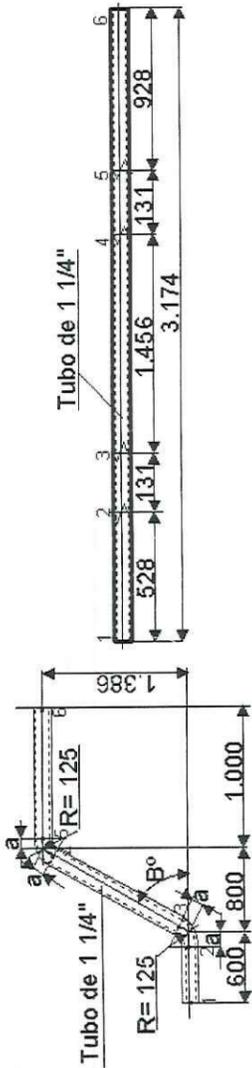


Figura 104. El ejemplo 3

Cálculos:

$Tg B^\circ = 1.386 / 800 = 1,7325$

$Arc Tg 1,7325 = 60^\circ = B^\circ$

$a = R \times Tg 60^\circ / 2 = 125 \times Tg 30^\circ = 125 \times 0,577 = 72$  mm

$h = \sqrt{(1.386^2 + 800^2)} = 1.600$  mm

Distancia 1-2 =  $600 - 72 = 528$  mm

Distancia 2-3 y 4-5 =  $3,14 \times 125 \times 60 / 180 = 131$  mm

Distancia 3-4 =  $1.600 - (72 + 72) = 1.456$  mm

Distancia 5-6 =  $1.000 - 72 = 928$  mm

### 3.4 Cálculo del plegado de chapa

Con el fin de asegurar la posición del pliegue, hay que determinar la posición de las líneas de pliegue, las cuales se hacen coincidir con la regla o el punzón de la plegadora.

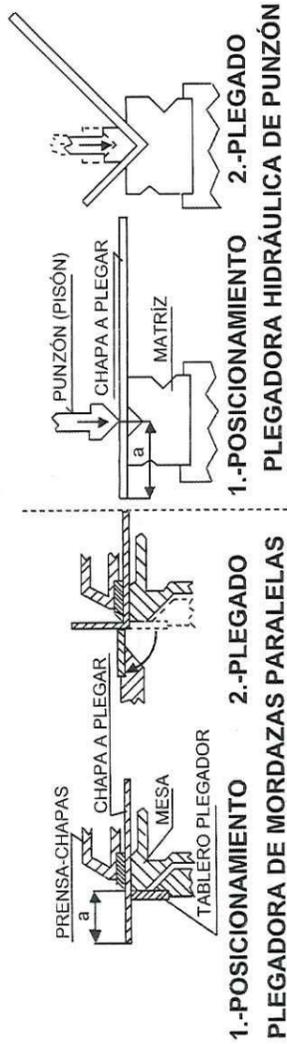


Figura 105. Determinar la posición de las líneas de pliegue

En el cálculo se pueden presentar dos clases de plegado:

- 1) **Plegado a esquina viva:** Tiene una sola línea de pliegue que coincide con el interior del doblez (figura 106).



Figura 106. Plegado a esquina viva

- 2) **Plegado con curva de radio conocido:** Tiene 2 líneas de pliegue que coinciden con los puntos de tangencia de la curva (figura 107).



Figura 107. Plegado con curva

#### 3.4.1 Cálculo del plegado a esquina viva

La esquina siempre queda con un pequeño radio interior (suele ser de  $1,5 \times e$ ) que no se tiene en cuenta en el plegado de pequeños espesores.

El cálculo se realiza por el interior del doblez, dado que al pisar con la regla o el punzón para plegar, se hace por el interior y esto hace que aumente un espesor (e) por cada lado del pliegue.

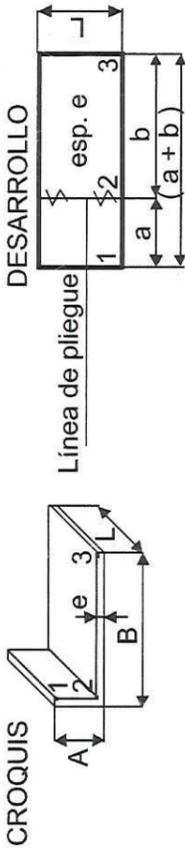


Figura 108. Plegado a esquina viva

Cálculos:

Distancia 1-2 (a) =  $A - e$

Distancia 2-3 (b) =  $B - e$

Cuando las cotas A o B sean interiores, no hace falta descontar el espesor (e).

#### 3.4.2 Cálculo del plegado con curva de radio conocido

En este caso, cada curva supone un pequeño curvado, las fibras interiores sufren una pequeña compresión (se acortarán) y las exteriores una tracción (aumentarán). Sólo la longitud de la fibra intermedia (fibra neutra) permanecerá sin variación, lo cual indica que los cálculos los realizaremos por el radio neutro (rn).

Cálculos:

$rn = R + e / 2$

Distancia 1-2 (a) =  $A - (R + e)$

Distancia 2-3 (des.) =  $3,14 \times rn / 2$

Distancia 3-4 (b) =  $B - (R + e)$

Cuando las cotas A o B sean interiores, no hace falta descontar el espesor (e).

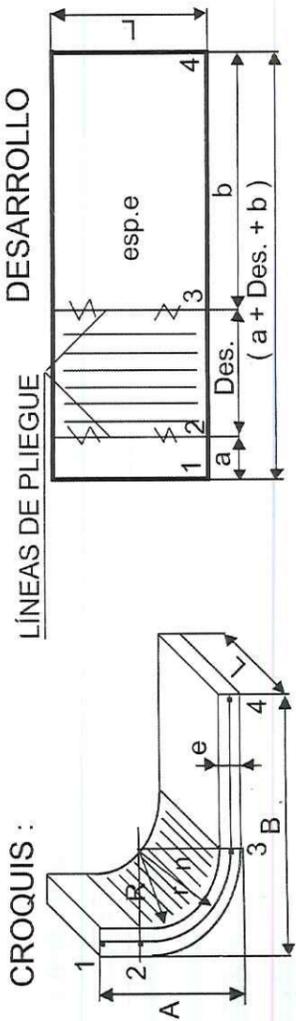


Figura 109. Plegado con curva de radio conocido

### 3.4.3 Cálculo de plegados especiales y combinados

Para construir ciertas piezas cerradas, hay que estudiar la forma que hay de tener el desarrollo, puesto que tiene que salir de una sola chapa, evitando el mayor número posible de soldaduras. En algunos casos, se nos pueden dar en la misma pieza pliegues a esquina viva y pliegues de radio conocido, incluso que no sean a 90°, en cuyo caso tendremos que recurrir a los cálculos del curvado vistos en el apartado 3.1.2.

### 3.4.4 Ejemplos de cálculos de plegado

**Ejemplo 1.** Determinar el desarrollo para plegar la pieza del croquis.

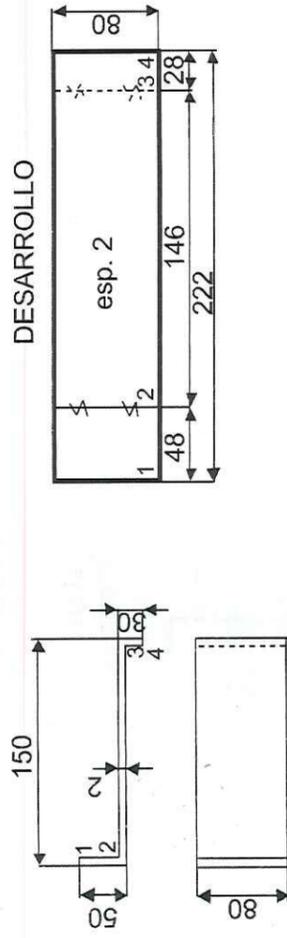


Figura 110. El ejemplo 1

Cálculos:

Distancia 1-2 =  $50 - 2 = 48$  mm

Distancia 2-3 =  $150 - (2 + 2) = 146$  mm

Distancia 3-4 =  $30 - 2 = 28$  mm

**Ejemplo 2.** Determinar el desarrollo para plegar la siguiente pieza.

Cálculos:

$rn = 15 + 4 / 2 = 17$  mm

$Rn = 30 + 4 / 2 = 32$  mm

Distancia 1-2 =  $25 - (15 + 4) = 6$  mm

Distancia 2-3 =  $3,14 \times 17 / 2 = 26,5$  mm

Distancia 3-4 =  $120 - (19 + 34) = 67$  mm

Distancia 4-5 =  $3,14 \times 32 / 2 = 50$  mm

Distancia 5-6 =  $50 - (30 + 4) = 16$  mm

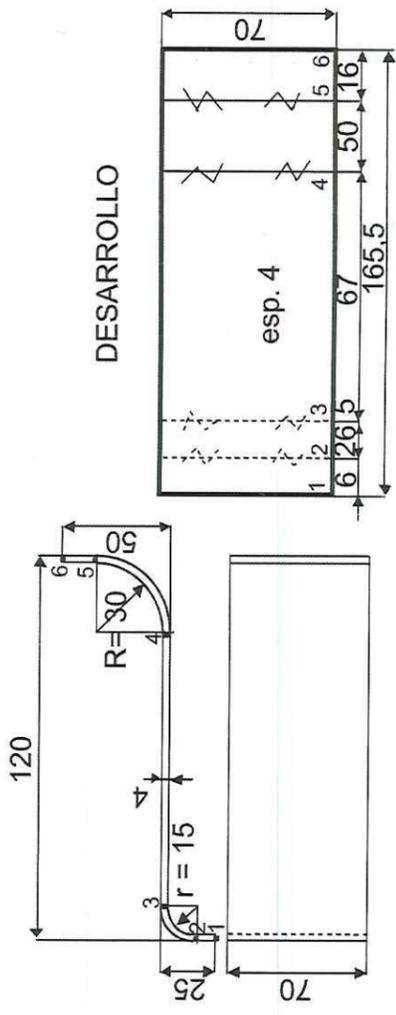


Figura 111. El ejemplo 2

**Ejemplo 3.** Se quiere construir una bandeja según el croquis, calcular su desarrollo y su forma.

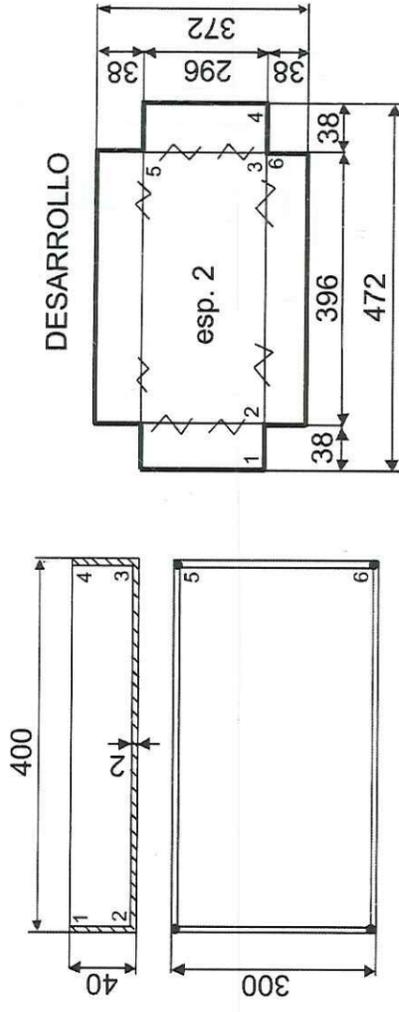


Figura 112. El ejemplo 3

Cálculos:

Distancia 1-2 =  $40 - 2 = 38$  mm

Distancia 2-3 =  $400 - 4 = 396$  mm

Distancia 3-4 =  $40 - 2 = 38$  mm

Distancia 5-6 =  $300 - 4 = 296$  mm

**Ejemplo 4.** Calcular la forma y el desarrollo de la siguiente pieza plegada.

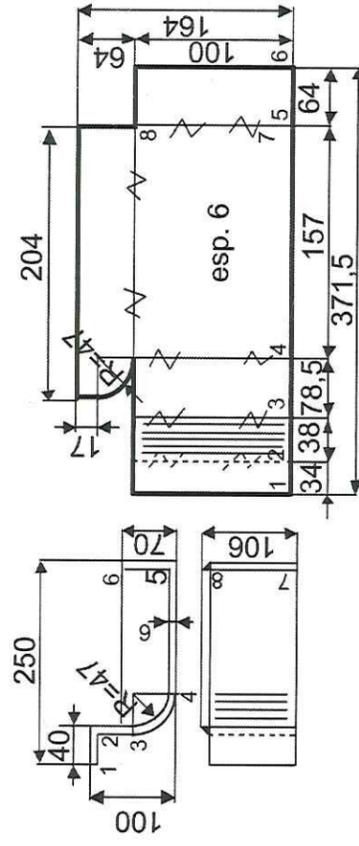


Figura 113. El ejemplo 4

Cálculos:

- Distancia 1-2 =  $40 - 6 = 38$  mm
- Distancia 2-3 =  $100 - (6 + 50 + 6) = 38$  mm
- Distancia 3-4 =  $3,14 \times 50 / 2 = 78,5$  mm
- Distancia 4-5 =  $150 - (40 + 47 + 6) = 157$  mm
- Distancia 5-6 =  $70 - 6 = 64$  mm
- Distancia 7-8 =  $106 - 6 = 100$  mm

**Ejemplo 5.** Calcular la forma y desarrollo de la siguiente pieza plegada.

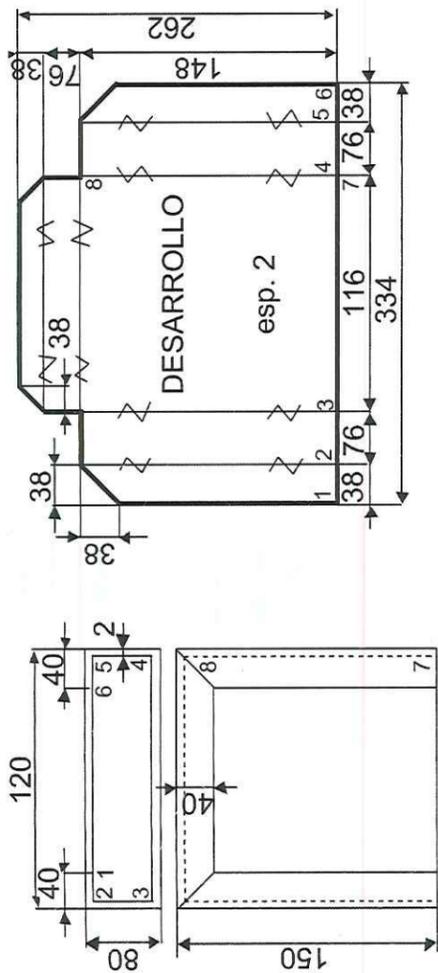


Figura 114. El ejemplo 5

Cálculos:

- Distancia 1-2 =  $40 - 2 = 38$  mm
- Distancia 2-3 =  $80 - (2 + 2) = 76$  mm
- Distancia 3-4 =  $120 - (2 + 2) = 116$  mm
- Distancia 4-5 =  $80 - (2 + 2) = 76$  mm
- Distancia 5-6 =  $40 - 2 = 38$  mm
- Distancia 7-8 =  $150 - 2 = 148$  mm

## 4. Preliminares de los desarrollos

En este capítulo se verán distintos tipos de cuerpos que se han de trazar y desarrollar, cuando no disponemos de cuerpos comerciales o por el tipo de forma que tienen. Generalmente, se tienen que desarrollar por la fibra neutra, aunque hay excepciones que veremos más adelante.

### 4.1 Trazado y desarrollo de cilindros de grandes espesores

En este caso es, conveniente dar un paso de hélice, dado que de este modo ofrecerá menor resistencia en el curvado y la soldadura ofrecerá mayor resistencia. El paso de hélice, o sea el cateto (b), se hace igual al  $\phi$  interior del cilindro (figura 115).

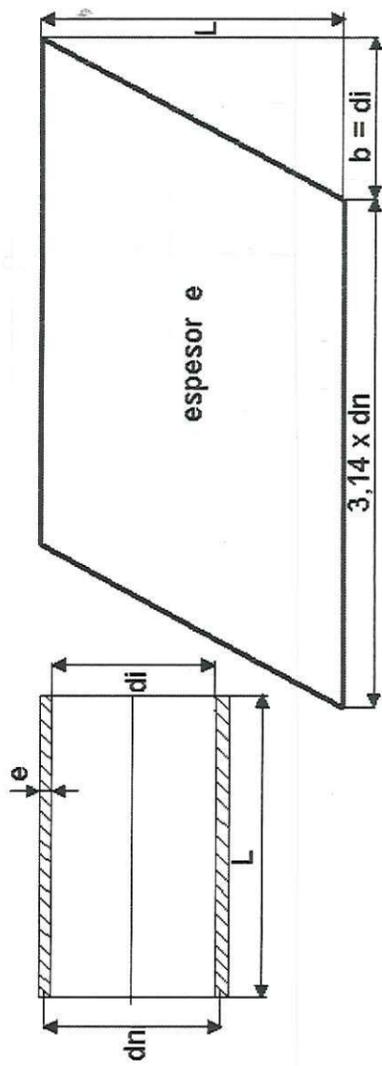


Figura 115. El trazado y el correspondiente desarrollo

El paso de hélice (b) no es conveniente hacerlo mayor que la distancia (di), porque se pierde mucha chapa.

### 4.2 Trazado y desarrollo de un cilindro truncado

Entendemos por cilindro truncado aquel que tiene uno o varios cortes oblicuos al eje de dicho cilindro.

#### 4.2.1 Cilindro truncado con un corte oblicuo

Para el trazado y desarrollo, hemos de tener en cuenta los siguientes criterios:

- Hacer el trazado por el diámetro neutro, calculado en función del diámetro y el espesor de la chapa.
- Dividir la circunferencia de la base en un número de partes iguales (por ejemplo 12 partes). Si el diámetro fuera muy grande, se podrían hacer más divisiones.
- Numerar las divisiones, partiendo del cero en la generatriz donde realicemos el corte (soldadura). El corte se hará, siempre que se pueda, por la generatriz más corta, con el fin de ahorrar soldadura.
- Trazar generatrices paralelas al eje por los puntos 1, 2, 3, 4, 5 y 6 para obtener, sobre el corte oblicuo, los puntos a, b, c, d, e, f y g.

- Para el desarrollo se lleva sobre una recta la longitud de la circunferencia ( $3,14 \times dn$ ) y se divide en el mismo número de partes que la circunferencia (12 partes), respetando siempre la longitud del desarrollo calculado y se llevan las alturas (tomadas siempre desde la base del cilindro)  $0a, 0b, \dots, 0g$  sobre las generatrices trazadas, uniendo los puntos  $a, b, \dots, g$  con una regla flexible para finalizar el trazado.

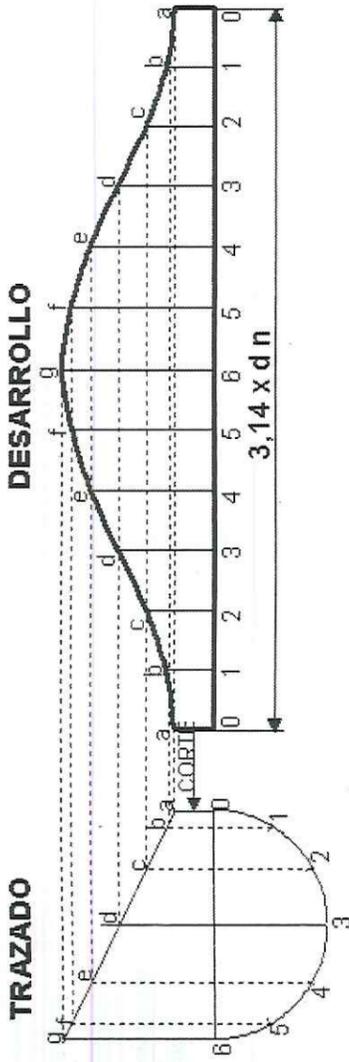


Figura 116. El trazado y el correspondiente desarrollo

#### 4.2.2 Cilindro truncado con dos cortes

Para trazar y desarrollar este cilindro truncado, se procede con los mismos criterios que en el caso anterior, es decir, para el trazado y desarrollo hemos de tener en cuenta los siguientes criterios:

- Hacer el trazado por el diámetro neutro, calculado en función del diámetro y el espesor de la chapa.
- Dividir la circunferencia de la base en un número de partes iguales (por ejemplo 12 partes). Si el diámetro fuera muy grande, se podrían hacer más divisiones.
- Numerar las divisiones, partiendo del cero en la generatriz donde realicemos el corte (soldadura). El corte se hará, siempre que se pueda, por la generatriz más corta, con el fin de ahorrar soldadura.
- Trazar generatrices paralelas al eje por los puntos 1, 2, 3, 4, 5 y 6, para obtener sobre el corte oblicuo los puntos  $a, b, c, d, e, f, g$  y  $h, i, j, k, l, m, n$ .

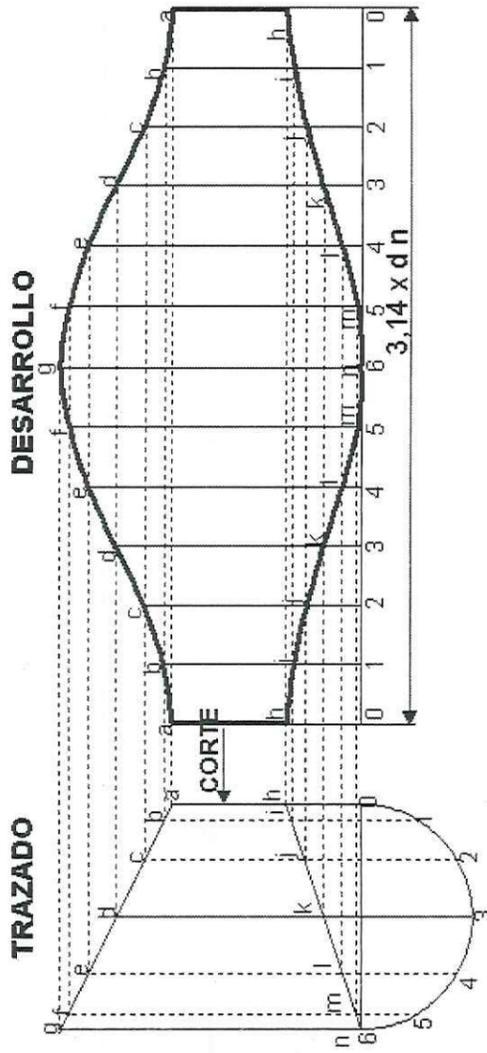


Figura 117. El trazado y el correspondiente desarrollo

- Para el desarrollo se lleva sobre una recta la longitud de la circunferencia ( $3,14 \times dn$ ) y se divide en el mismo número de partes que la circunferencia (12 partes), respetando siempre la longitud del desarrollo calculado y se llevan las alturas (tomadas siempre desde la base del cilindro)  $0a, 0b, \dots, 0g, 0h, 0i, \dots, 0m$  sobre las generatrices trazadas, uniendo los puntos  $a, b, \dots, g, h, i, \dots, m$  con una regla flexible para finalizar el trazado.

#### 4.2.3 Cilindro truncado con varios cortes coincidentes con el eje

Para trazar y desarrollar este cilindro truncado, se procede con los mismos criterios que en los casos anteriores.

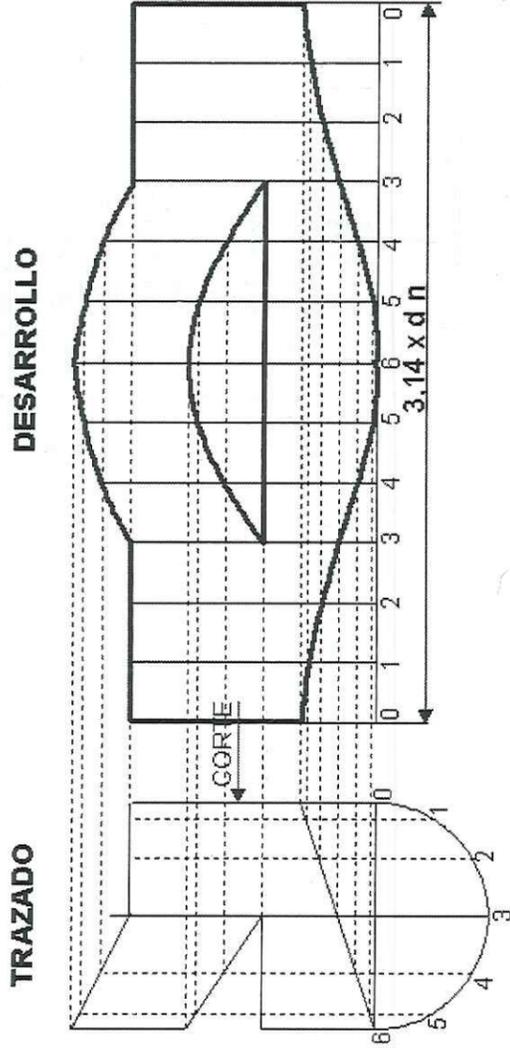


Figura 118. El trazado y el correspondiente desarrollo

#### 4.2.4 Cilindro truncado con varios cortes no coincidentes con el eje

Se traza y desarrolla como en los casos anteriores. Los puntos A y B, como no coinciden con ninguna generatriz, se proyectan a la circunferencia para obtener A' y B' y que se llevan a las distancias  $x$  y  $x'$  del desarrollo.

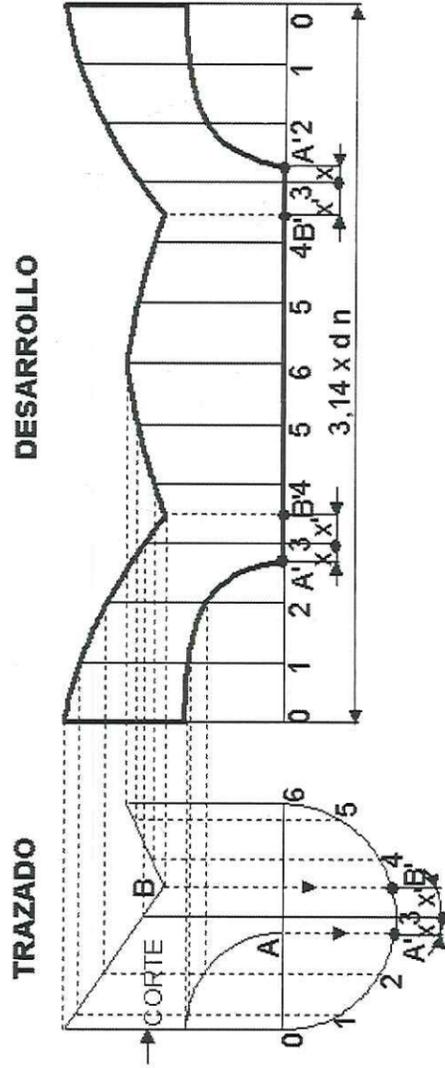


Figura 119. El trazado y el correspondiente desarrollo

### 4.3 Preliminares de los tubos elípticos

Cuando se quieren unir dos cilindros entre sí, formando un ángulo y respetando sus bocas circulares, el cuerpo que los une resulta un tubo con forma elíptica y bocas circulares, según se muestra en las figuras A y B.

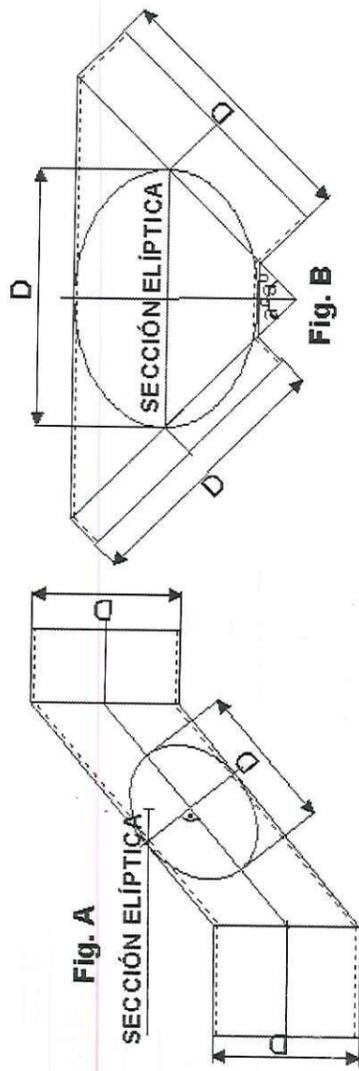


Figura 120. Los cuerpos para unir dos cilindros y sus formas

Para trazar y desarrollar estos tubos, se pueden emplear las dos clases de métodos que veremos a continuación. Cualquiera de ellos es válido, pero el segundo es más útil cuando tenemos una intersección de un cilindro con el tubo elíptico.

El trazado y el desarrollo se deben hacer por el diámetro neutro.

#### 4.3.1 El primer método

En este método se traza una semicircunferencia en la boca circular, se divide en partes iguales, por ejemplo 6, y se proyectan perpendicularmente sobre la boca, obteniendo los puntos a, b, c, d y e, los cuales se proyectan perpendicularmente al eje del tubo (figura A).

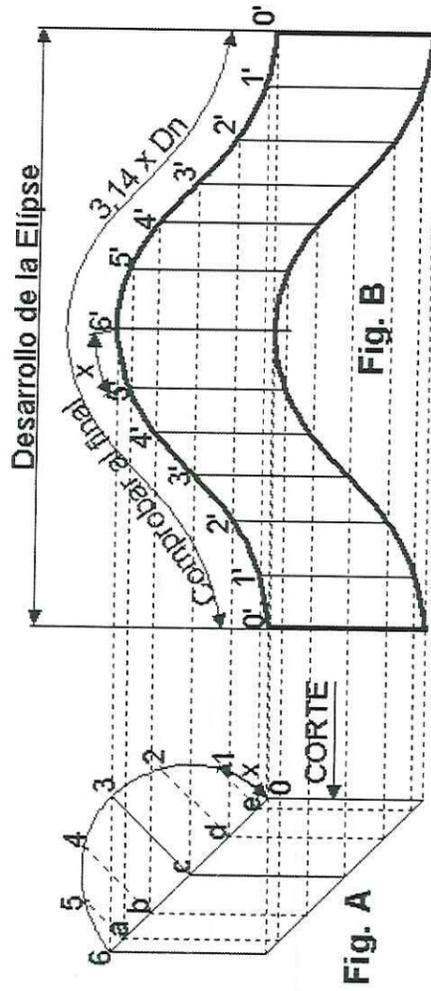


Figura 121. El primer método

Partiendo del eje del desarrollo (punto 6'), se lleva el desarrollo de una división (distancia  $x = 3,14 \times Dn / 12$ ) hasta cortar a la siguiente línea, obteniendo de este modo el punto 5', 4' y así sucesivamente hasta obtener el punto 0'. Uniendo estos puntos entre sí, con una regla flexible, tendremos la curva del desarrollo (figura B) y trazando paralelas al eje se obtendrá la curva inferior, donde corten a las proyecciones horizontales desde la figura A.

Al finalizar el trazado del desarrollo, conviene comprobar la curva total de  $3,14 \times Dn$ , dado que hemos ido llevando esta distancia en tramos y pueden aparecer errores.

#### 4.3.2 El segundo método

Con este método se traza y desarrolla como si fuera un cilindro, pero trazando y desarrollando la elipse que se forma en la perpendicular al eje del tubo, es decir, se traza la elipse para obtener los puntos 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6 y se trazan generatrices paralelas al eje del tubo hasta obtener los puntos a, b, c, d, e, f, y g sobre los cortes oblicuos (figura A).

Para desarrollarlo, se traza una línea AB sobre la que se llevan los desarrollos de las divisiones de la elipse y se trazan generatrices perpendiculares a la línea AB por estos puntos, sobre las que se llevarán las alturas hasta obtener los puntos a', b', c', d', e', f' y g' (figura B).

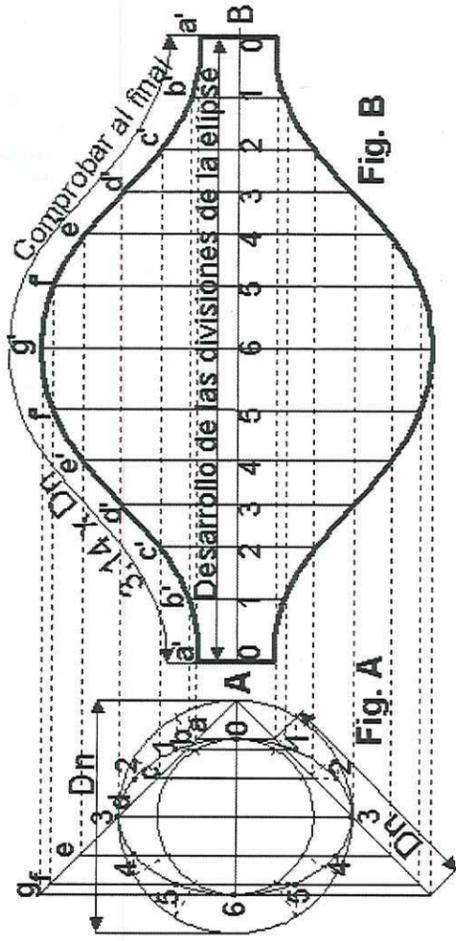


Figura 122. El segundo método

Uniendo estos puntos entre sí, con una regla flexible, obtendremos las curvas que configuran el desarrollo. Finalmente, se comprueba el desarrollo de las bocas sobre las curvas ( $3,14 \times Dn$ ).

Cuando el desarrollo es simétrico, como en este caso, se podrá representar la mitad, indicando el eje de simetría.

### 4.4 Generalidades en las tapas de los cilindros truncados

Las tapas son unas piezas de chapa para cerrar los huecos producidos por los cortes en el cilindro, por tanto han de tener la misma forma y dimensiones que las secciones o cortes producidos.

Los cortes que se pueden dar en un cilindro, pueden ser de cuatro tipos:

1) **Cortes perpendiculares al eje del cilindro:** Los cuales producirán siempre una sección circular y que según la longitud que abarque el corte, puede producirnos 4 clases de tapaderas, según se representa en las siguientes figuras.

- a) Corte total, comprendidas las dos generatrices (figura 123A).
- b) Corte parcial, comprendido entre el eje y una generatriz (figura 123B).
- c) Corte parcial, comprendido entre la generatriz y pasando del eje o sin llegar a él (figura 123C).

- 1. Corte A-B: tapadera circular.
- 2. Corte C-D: tapadera semicircular.
- 3. Corte E-F: tapadera menor de 1/2 circunferencia.
- 4. Corte G-H: tapadera mayor de 1/2 circunferencia.

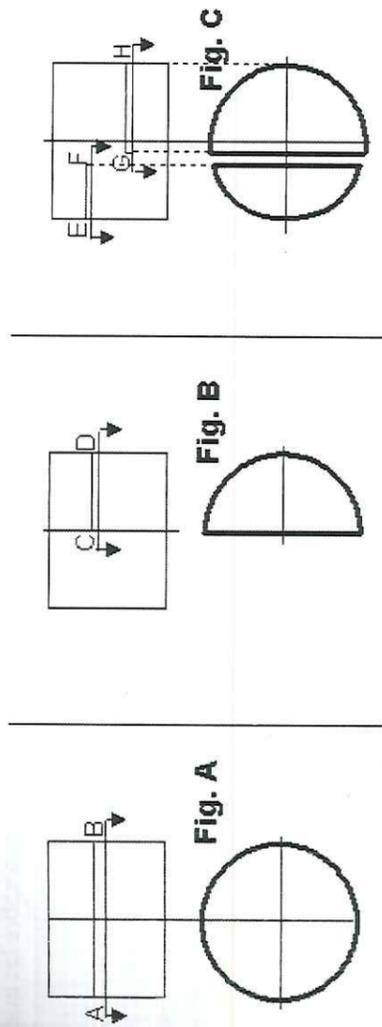


Figura 123. Cortes perpendiculares al eje del cilindro

2) **Cortes paralelos al eje del cilindro:** Los cuales producirán siempre una forma rectangular o cuadrada y el ancho dependerá de donde se produzca el corte, de forma que podremos tener 2 clases de tapaderas, según las siguientes figuras.

- a) Corte en el propio eje.
- b) Corte paralelo al eje.

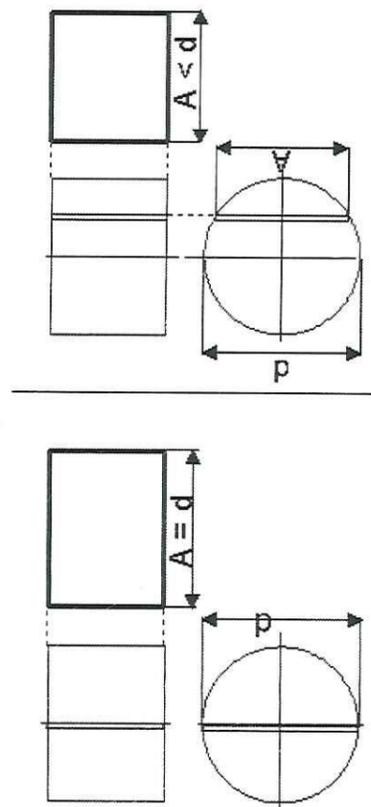


Figura 124. Tapa cuadrada o rectangular (izquierda) y tapa cuadrada o rectangular (derecha)

3) **Cortes oblicuos al eje:** Los cuales producirán siempre una forma elíptica y el ancho dependerá de donde se produzca el corte, de forma que podremos tener las siguientes clases de tapaderas, según se representa en las siguientes figuras de la figura 125.

- a) Corte comprendido entre las dos generatrices (figura 125D).
- b) Corte comprendido entre el eje y una generatriz (figura 125E).
- c) Corte parcial, pasando del eje y sin llegar a él (figura 125F).

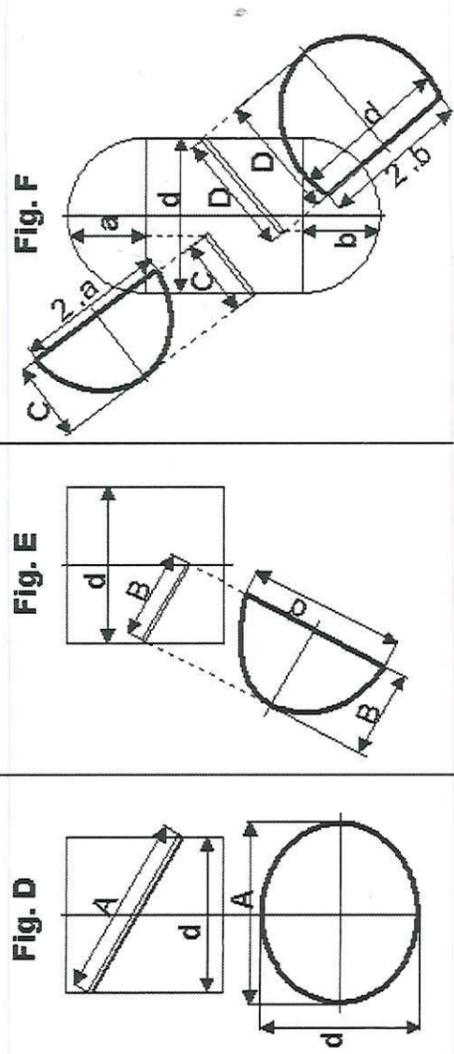


Figura 125. Tapa elíptica (izquierda), tapa 1/2 elipse (centro) y tapa < de 1/2 elipse y > de 1/2 elipse (derecha)

4) **Cortes especiales:** Estos cortes nos producirán secciones de forma elíptica, rectangular o elíptica-trapecial y el ancho dependerá de donde se produzca el corte, de forma que podremos tener tres clases de tapaderas, correspondientes a las siguientes figuras.

- a) Tapadera curva sobre un corte paralelo al eje (figura 126G).
- b) Tapadera plana sobre un corte curvo (figura 126H).
- c) Tapadera plana que no corta a ninguna generatriz y es oblicua al eje (figura 126I).

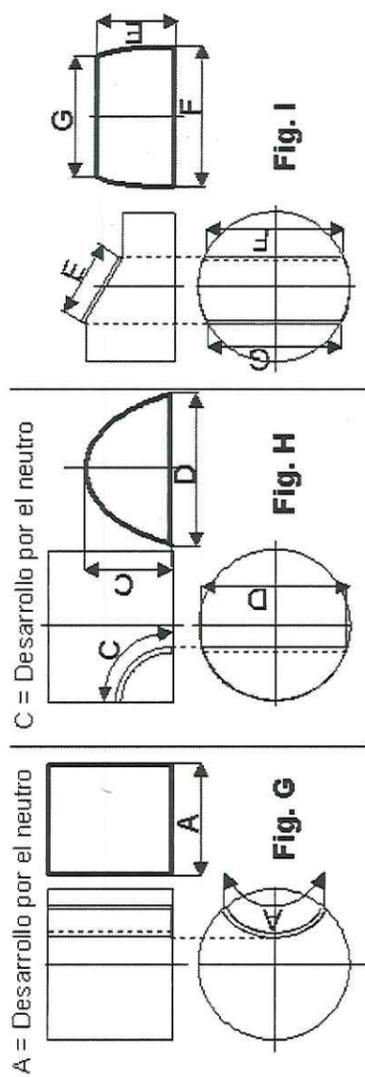


Figura 126. Tapa rectangular (izquierda), tapa elíptica (centro) y tapa elíptica-trapecial (derecha)

### 4.4.1 Trazado de una tapadera sobre corte oblicuo

Para trazar esta tapadera se comienza igual que para desarrollar el cilindro, es decir, dividiendo la semicircunferencia en 6 partes (puntos 0, 1, 2, ..., 6), trazar paralelas al eje por estos puntos hasta determinar los puntos (a, b, c, ..., g) sobre el corte oblicuo.

Por estos puntos se trazan perpendiculares al corte oblicuo y se llevan los anchos tomados de la planta, hasta obtener los puntos (a', b', c', d', e', f' y g') por intersección.

Uniendo estos puntos entre sí con una regla flexible, tendremos la elipse que forma la tapadera, según la figura 127.

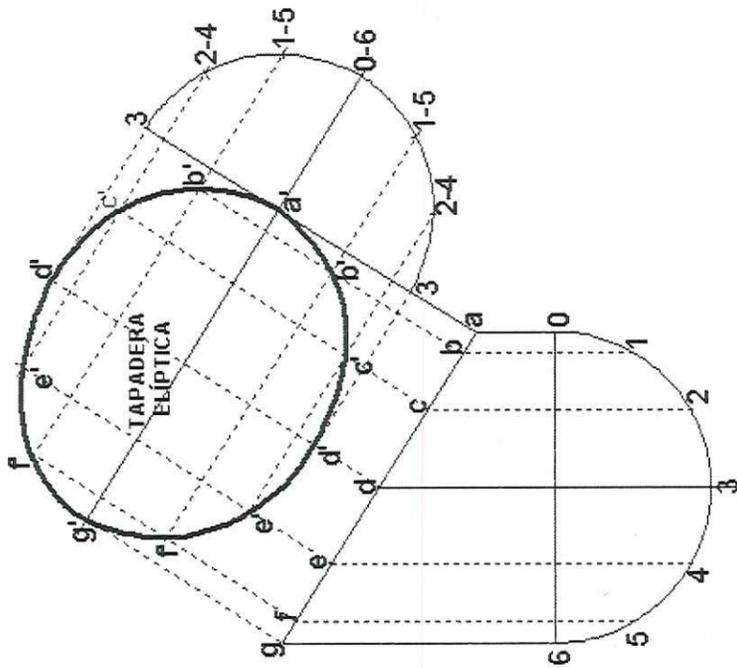


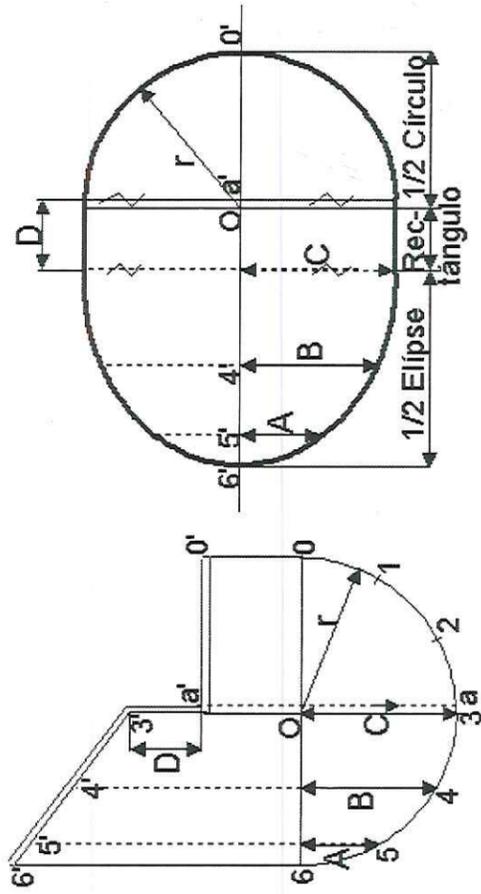
Figura 127. Tapadera sobre un corte oblicuo

### 4.4.2 Trazado de tapaderas compuestas

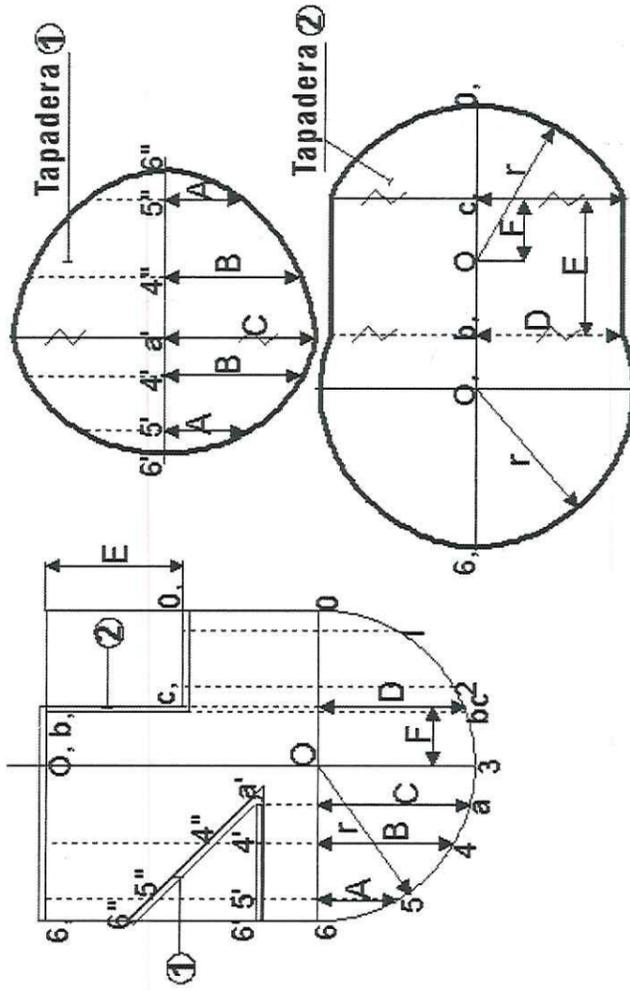
En el trazado de tapaderas compuestas se nos pueden presentar diversos casos, pero teniendo en cuenta lo dicho en el apartado 4.4 de generalidades, podemos resolver cualquier caso que se presente.

A modo de ejemplo veremos 2 casos en las figuras 128 y 129. En las tapaderas que tengan plegados, hay que tener en cuenta que se trazarán por el interior.

La distancia  $D = 3' - a'$  se toma en recto, por el interior, al ir plegada.



Figuras 128. Tapaderas compuestas



Figuras 129. Tapaderas compuestas

Para la tapadera 1, el punto a. se toma por el interior, y para la 2, los puntos b, y c, también se toman por el interior, puesto que la tapadera está plegada por estos puntos.

### 4.4.3 Tipos de uniones de las tapaderas según la soldadura

Las tapaderas se pueden unir con el cilindro de tres formas, dependiendo de cómo se quiera soldar.

- a) Unión a media madera (figura 130 - izquierda).
- b) Unión a toda madera (figura 130 - centro).
- c) Unión a tope (figura 130 - derecha).

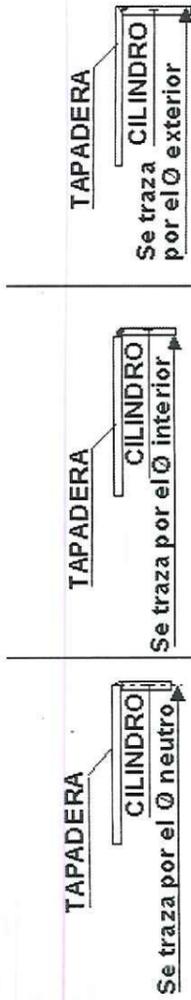
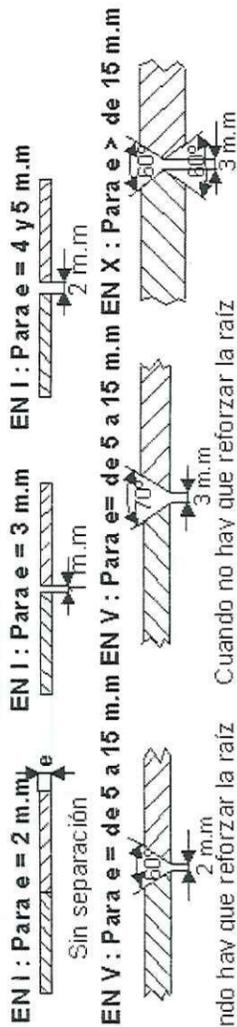
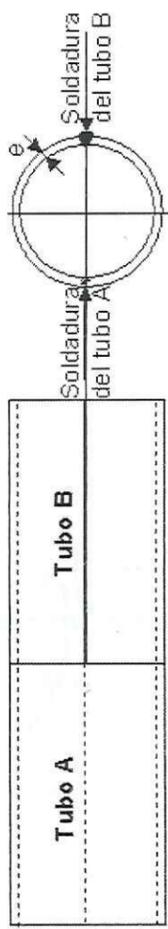


Figura 130. Tapaderas según la soldadura

### 4.5 Preliminares para el enlace de tubos soldados

Para la unión de tubos entre sí, tendremos en cuenta los siguientes criterios:

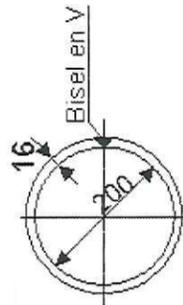
- 1) Las juntas de soldadura se alternarán diametralmente opuestas, con el fin de que no sufra la soldadura en una misma generatriz y aprovechar más el material, según figuras 131 y 133.
- 2) Las juntas a tope se unirán según se representa en la figura 132, con el fin de que penetre mejor la soldadura y el cordón tenga una mayor resistencia.



Cuando hay que reforzar la raíz Cuando no hay que reforzar la raíz

Figura 131 y 132. Las juntas de soldadura

En algunas ocasiones, no es posible aplicar estrictamente esta norma, por ejemplo en un cilindro de espesor 16 mm y diámetro interior 200 mm, con una longitud de 2.000 mm, tendríamos que hacer un bisel en V, por ser el espesor mayor de 15 mm, pero como no se puede soldar por el interior (al tener poco diámetro y mucha longitud), haremos un bisel en V.



- 3) Cuando el enlace de los dos tubos, de igual diámetro, es formando un ángulo, la línea de unión está determinada por la bisectriz del ángulo formado por los ejes de los mismos. Como podemos ver en la figura 133, los tubos resultantes son truncados y las elipses formadas por el corte oblicuo en ambos tubos son iguales, con lo que no habrá ningún problema para que se acoplen.

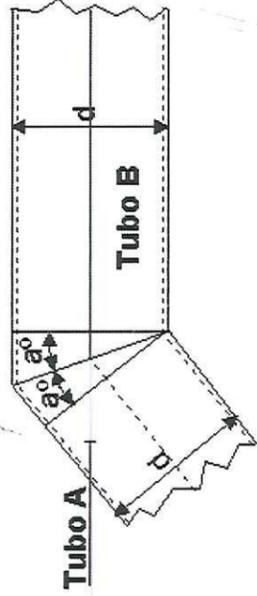


Figura 133. Las juntas de soldadura y enlace de tubos

### 4.5.1 Trazado y desarrollo de la unión de dos tubos formando ángulo

El proceso del trazado y desarrollo es el mismo que hemos explicado en el apartado 4.2.1.

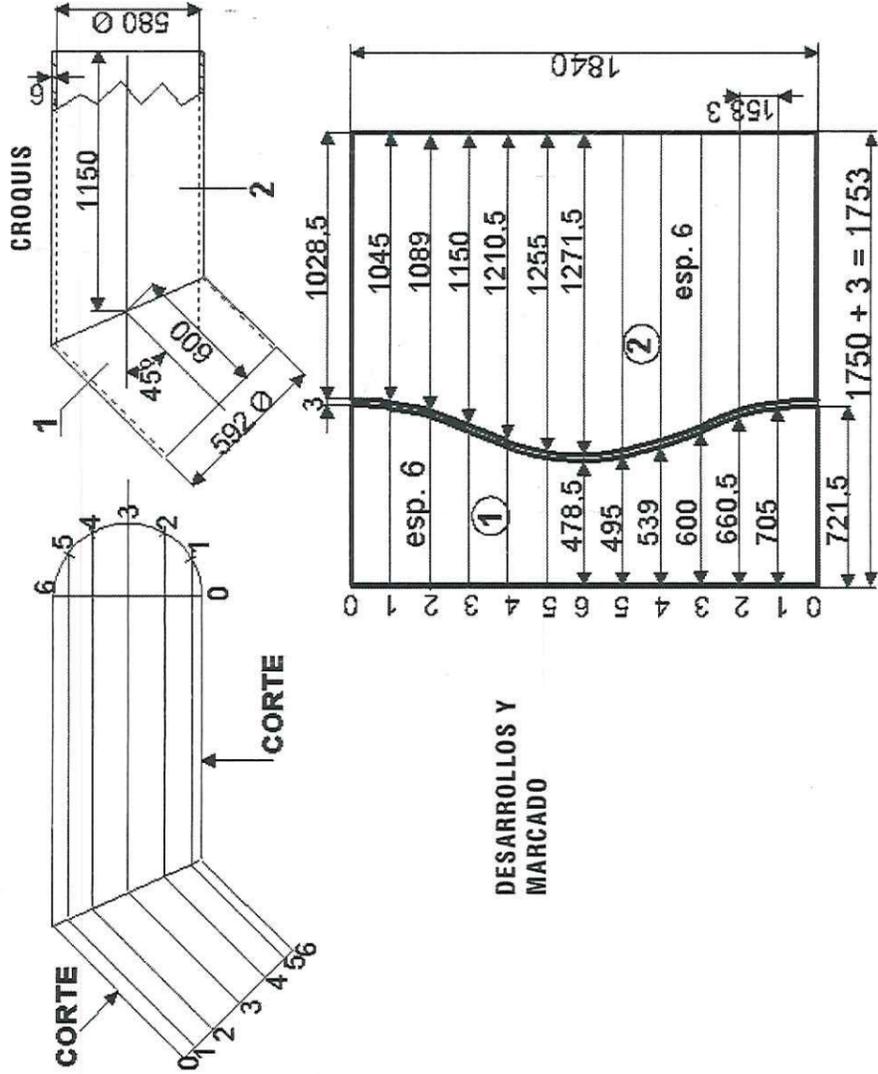


Figura 134. El trazado y desarrollo correspondientes

Como los cortes oblicuos tienen el mismo ángulo, para el marcado se pueden encajar con el fin de aprovechar mejor el material. Cuando las curvas las tengamos que cortar a soplete, conviene dejar una sangría (separación de las piezas) de unos 3 o 4 mm, según se muestra en el ejemplo anterior (figura 134).

### 4.5.2 Trazado y desarrollo de un codo a 90° en gajos

Cuando el codo no es comercial, es preciso hacerlo de chapa curvada, con cilindros truncados que se denominan gajos. Se suelen hacer 3 centrales y 2 extremos, con el fin de que sean perpendiculares en la unión, bien sea soldada o con bridas de llanta o angular.

Criterios del trazado:

- 1) Se traza por el diámetro neutro:  $dn = 600 - 5 = 595 \text{ mm}$
- 2) Se divide en 3 gajos de  $22^\circ 30'$  y 2 mitades de  $11^\circ 15'$  en los extremos.
- 3) Se corta por las generatrices diametralmente opuestas, para aprovechar mejor el material y que resista la soldadura.
- 4) Se desarrolla por el diámetro neutro:  $desarrollo = 3,14 \times 595 = 1.868,3 \text{ mm}$
- 5) Se marcan los gajos encajándose según la figura 135, para aprovechar la chapa, dejando una separación de 3 o 4 mm para la sangría del corte (cuando se oxicornen las curvas).

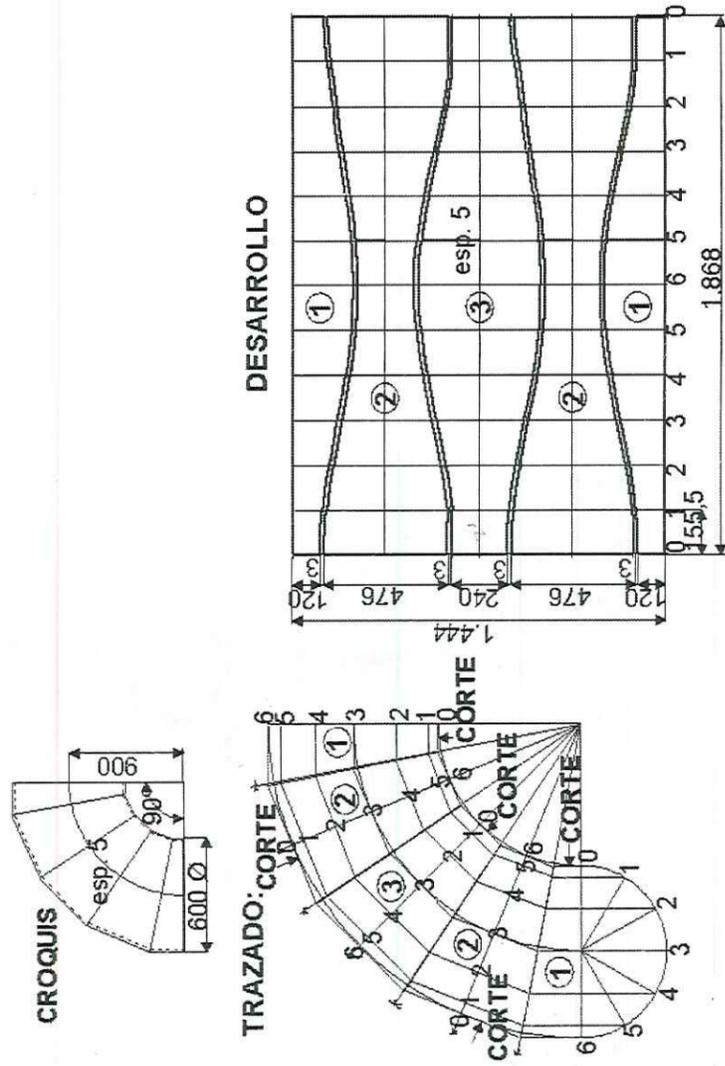


Figura 135. Trazado y desarrollo de un codo en gajos

Se puede preparar una plantilla con medio desarrollo, para marcar los gajos, dado que se trata de formas simétricas.

### 4.5.3 Trazado de codos en gajos con ángulos distintos de 90°

Para calcular el número de divisiones de un codillo, tomamos como base el ángulo que forma un codo de  $90^\circ$  y, como hemos visto en el ejemplo anterior, se ha dividido en 4 gajos iguales y uno de ellos se subdividió en 2, de forma que el codo queda constituido por 5 gajos (3 iguales y 2 mitades de los anteriores), así que el número de divisiones iguales será de 8, por lo que el ángulo ideal para un gajo es de  $90^\circ / 4 = 22^\circ 30'$  y, en este ángulo, nos basaremos para determinar el número de gajos cuando un codo forme un ángulo distinto a  $90^\circ$ .

Se puede admitir una tolerancia de  $\pm 2^\circ 30'$ , lo cual nos permitirá trabajar con gajos comprendidos entre  $20^\circ$  y  $25^\circ$  ( $22^\circ 30' - 2^\circ 30' = 20^\circ$  y  $22^\circ 30' + 2^\circ 30' = 25^\circ$ ).

**Ejemplo 1.** Se quiere construir un codo de  $65^\circ$

Dividimos el ángulo entre  $20^\circ$  y  $25^\circ$  para ver el número de divisiones que nos salen y se toma un número exacto comprendido entre ellas, para que el ángulo del gajo esté comprendido entre  $20^\circ$  y  $25^\circ$ , lo más próximo posible a los  $22^\circ 30'$  de base.

$$65^\circ / 20 = 3,25 \text{ divisiones; } 65^\circ / 25 = 2,6 \text{ divisiones.}$$

Tomamos 3 divisiones que harán 2 gajos enteros y 2 medios en los extremos.

Cada gajo central será de  $65^\circ / 3 = 21^\circ 40'$  y los de los extremos de  $21^\circ 40' / 2 = 10^\circ 50'$  (figura 136).

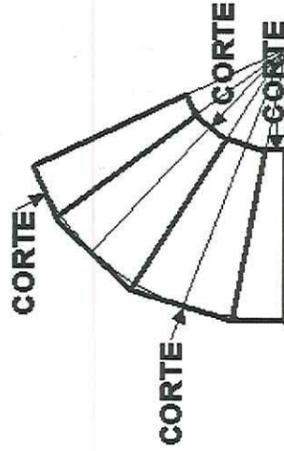


Figura 136. Un codo de  $65^\circ$

**Ejemplo 2.** Se quiere construir un codo de  $110^\circ$

Se procede como en el caso anterior, pero dividiendo  $110^\circ$  entre  $20^\circ$  y  $25^\circ$ ;

$$110^\circ / 20^\circ = 5,5 \text{ divisiones; } 110^\circ / 25^\circ = 4,4 \text{ divisiones.}$$

Tomamos 5 divisiones que harán 4 gajos enteros y 2 medios en los extremos.

Cada gajo central será de  $110^\circ / 5 = 22^\circ$  y los de los extremos de  $22^\circ / 2 = 11^\circ$  (figura 137).

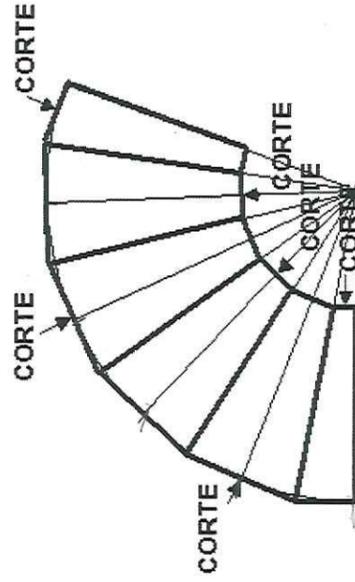


Figura 137. Un codo de  $110^\circ$

Una vez calculado el número de divisiones para que el gajo se encuentre entre  $20^\circ$  y  $25^\circ$ , se trazará dividiendo el arco en dicho número de divisiones, dejando siempre dos mitades en los extremos, como se muestra en las figuras 136 y 137.

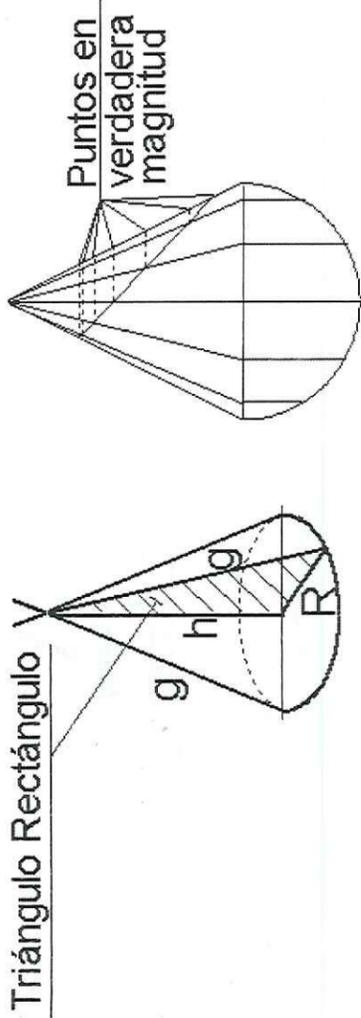
## 4.6 Trazado y desarrollo de cuerpos cónicos de revolución

Un cono de revolución está formado por un triángulo rectángulo en el que uno de sus catetos es el radio que constituye la circunferencia de la base, el otro cateto forma la altura del cono y la hipotenusa será la generatriz del cono de revolución, formando la envolvente cónica (figura 138a).

### 4.6.1 Preliminares

Dado que las generatrices de un cono convergen en el vértice del mismo, solamente tendremos su verdadera magnitud en las generatrices extremas, puesto que el resto de generatrices que tracemos perderán magnitud por su proyección.

Cuando no estén en esta posición extrema, deberemos obtener los puntos en su verdadera magnitud pasándolos perpendicularmente al eje hasta una de las generatrices extremas (figura 138b).



- R = Radio de la base;
- h = Altura del cono;
- g = Generatriz;
- V = Vértice del cono.

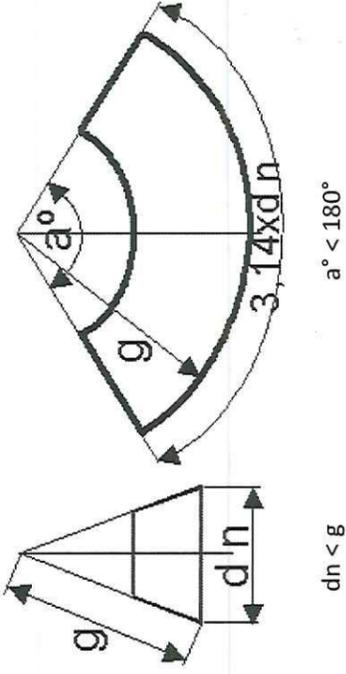
Figura 138. Un cono de revolución (a) y sus generatrices (b)

Para desarrollar un cono o tronco de cono, con vértice accesible, se pueden presentar 3 casos:

- a) Que la forma del desarrollo sea menor ( $<$ ) de  $180^\circ$ .
- b) Que la forma del desarrollo sea igual ( $=$ ) a  $180^\circ$ .
- c) Que la forma del desarrollo sea mayor ( $>$ ) de  $180^\circ$ .

Cada uno de estos casos dependen de la relación que hay entre el diámetro de la base del cono y la generatriz de dicho cono.

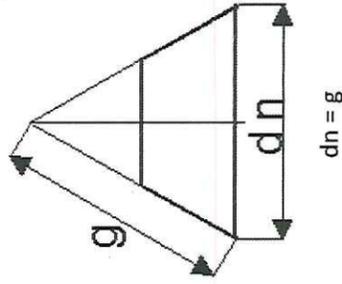
Caso 1. Diámetro neutro menor que generatriz



$dn < g$   
 $a^\circ < 180^\circ$

Figura 139. Menor que la generatriz

Caso 2. Diámetro neutro igual que generatriz



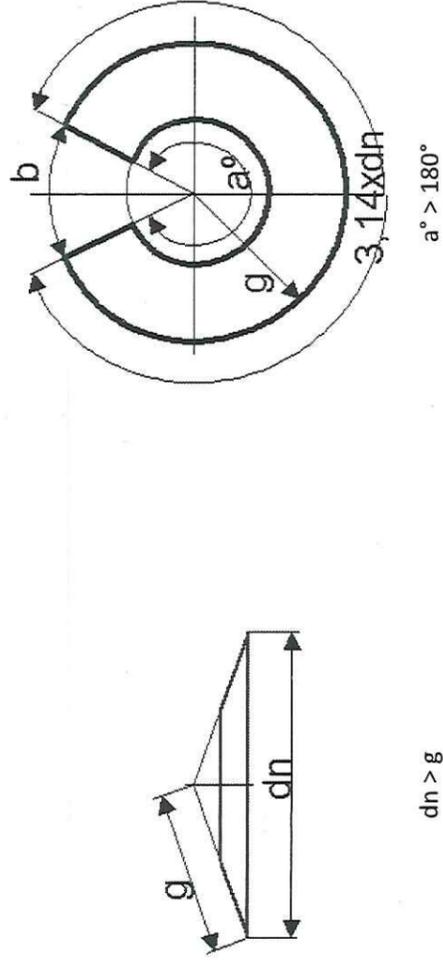
$dn = g$   
 $a^\circ = 180^\circ$

Figura 140. Igual que la generatriz

Caso 3. Diámetro neutro mayor que generatriz

Cuando el desarrollo nos resulte con una abertura mayor de  $180^\circ$  y muy próxima a  $360^\circ$ , en vez de llevar el desarrollo con la regla flexible sobre el arco, y para no cometer errores, se llevará la diferencia (b) calculada con la siguiente fórmula:

$$b = 3,14 \times (2g - dn)$$



$dn > g$   
 $a^\circ > 180^\circ$

Figura 141. Mayor que la generatriz

Según el apartado d del punto 3.1.2 del curvado, tenemos que:

$$\text{Desa} = 3,14 \times g \times a^\circ / 180$$

Luego:

$$a^\circ = 180 \times \text{Desa} / 3,14 \times g = 180 \times 3,14 \times dn / 3,14 \times g$$

Y, de aquí:

$$a^\circ = dn \times 180 / g$$

Y, de aquí, podemos observar que:

- 1) Siendo  $dn < g \rightarrow$  tenemos que  $a^\circ < 180^\circ$
- 2) Siendo  $dn = g \rightarrow$  tenemos que  $a^\circ = 180^\circ$
- 3) Siendo  $dn > g \rightarrow$  tenemos que  $a^\circ > 180^\circ$

### 4.6.2 Trazado y desarrollo de un cono (reducción centrada)

1. Dado que el trazado se debe hacer por el neutro y debido al espesor de la chapa, el vértice sufre una variación en su posición, que deberá tenerse en cuenta cuando se trate de grandes espesores, según se representa en las figuras 142A y 142B.
2. Con el fin de facilitar el curvado de la chapa, es conveniente trazar varias generatrices en el desarrollo que sirvan de guía durante esta operación (figura 142B).
3. El desarrollo del diámetro del cono, se tiene que calcular por el neutro y repartirlo desde el eje, para que el desarrollo sea simétrico (figura 142B).

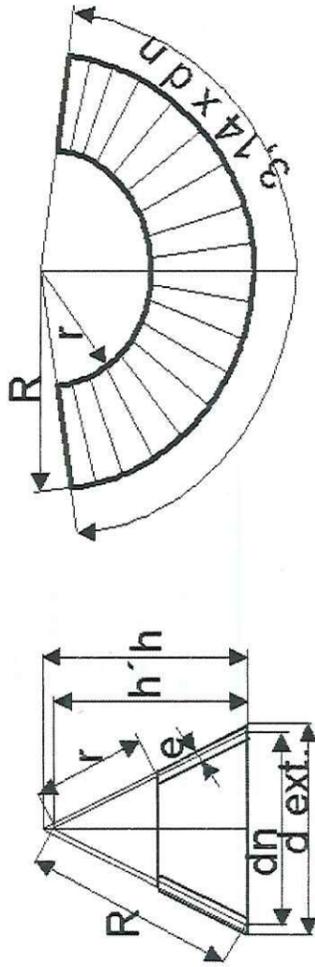


Figura 142. El trazado (A) a izquierda y el desarrollo (B) a derecha

#### 4.6.2.1 Ejemplos de cálculo de conos de revolución

**Ejemplo 1.** Se trata de unir dos cilindros centrados de diámetros exteriores 205 y 405, respectivamente, de espesor 5 mm y que se encuentran distanciados a 300 mm.

Cálculos:

$$Dn = De - e = 405 - 5 = 400 \text{ mm};$$

$$dn = de - e = 205 - 5 = 200 \text{ mm};$$

$$\text{Desa.} = 3,14 \times Dn = 3,14 \times 400 = 1.256 \text{ mm};$$

$$\text{desa.} = 3,14 \times dn = 3,14 \times 200 = 628 \text{ mm}.$$

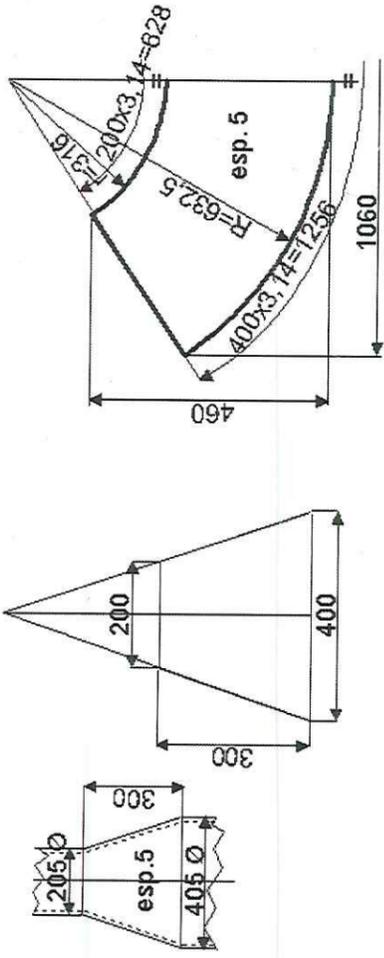


Figura 143. El croquis de la unión, el trazado y 1/2 desarrollo simétrico

**Ejemplo 2.** Unir 2 cilindros centrados según el croquis.

Cálculos:

$$Dn = 362 - 2 = 360 \text{ mm};$$

$$dn = 162 - 2 = 160 \text{ mm};$$

$$a = 360 - 160 / 2 = 100 \text{ mm};$$

$$g' = \sqrt{(173^2 + 100^2)} = 200 \text{ mm};$$

$$100 / g' = 180 / g;$$

$$g = 180 \times 200 / 100 = 360 \text{ mm};$$

$$r = g - g' = 360 - 200 = 160 \text{ mm};$$

$$dn = g, \text{ con lo cual } a^\circ = 180^\circ.$$

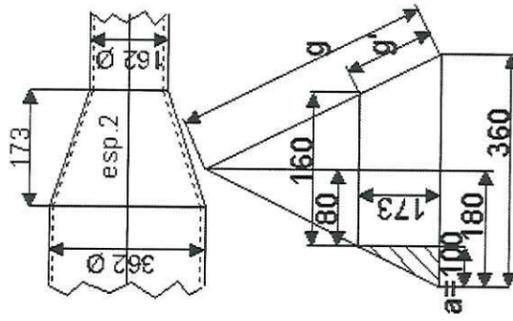


Figura 144. El ejemplo 2

En este caso no hace falta medir el desarrollo de 1.121 mm, dado que el ángulo ( $a^\circ$ ) es de  $180^\circ$ .

**Ejemplo 3.** Construir un sombrerete para una chimenea según el croquis.

Cálculos:

$$dn = 300 - 2 = 298 \text{ mm};$$

$$g = \sqrt{(149^2 + 60^2)} = 160,5 \text{ mm};$$

$$d = 3,14 \times (2 \times g - dn) = 3,14 \times (2 \times 160,5 - 298) = 72,2 \text{ mm}.$$

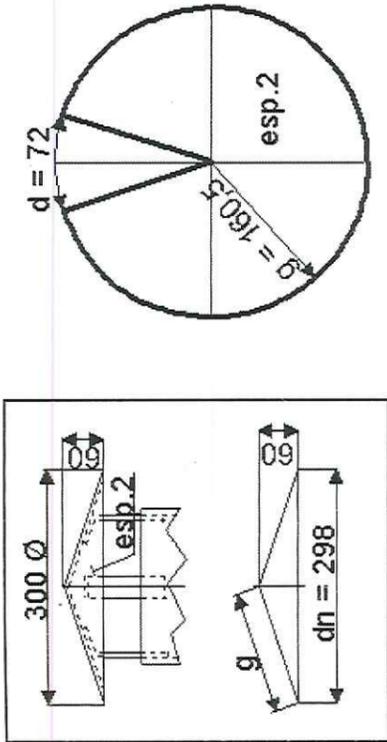


Figura 145. El ejemplo 3

En este caso mediremos la diferencia de 72 mm sobre el arco.

#### 4.6.3 Trazado y desarrollo de un cono con un corte oblicuo

1. Se traza el tronco de cono por el diámetro neutro, en función de las medidas del croquis, como en el caso anterior.
2. En la base, se traza una semicircunferencia, que se divide en 6 partes iguales para obtener las generatrices de trazado y se numeran partiendo de la generatriz del corte, que será la de menos longitud (con el fin de ahorrar soldadura).

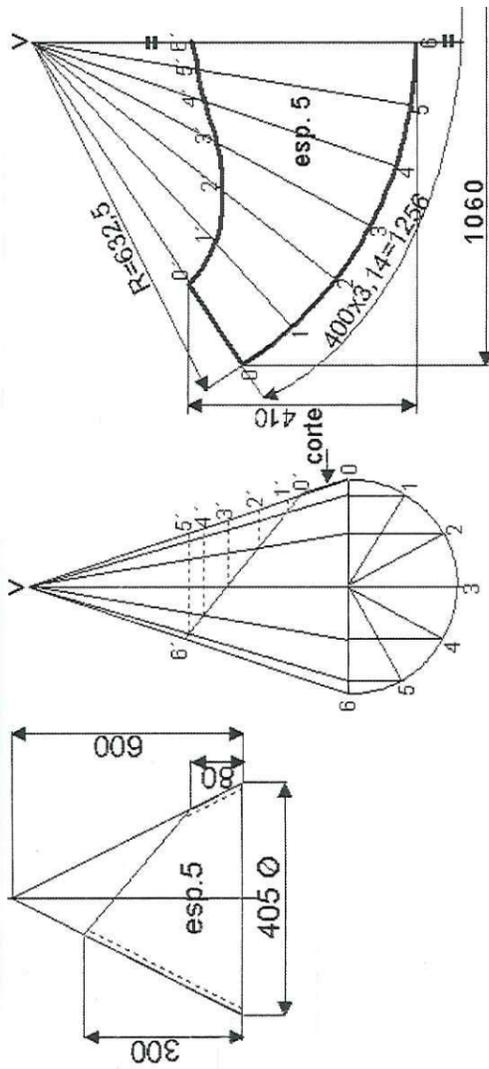


Figura 146. El croquis, trazado y 1/2 desarrollo simétrico

3. Como estas generatrices no están en su verdadera magnitud, se trazan perpendiculares al eje hasta llevarlas a una de las generatrices extremas, donde sí estarán en su verdadera magnitud.
4. Finalmente, se desarrolla el cono por el diámetro neutro, se trazan las generatrices previstas y se llevan sobre ellas los puntos obtenidos en su verdadera magnitud (0', 1', 2', 3', 4', 5' y 6'), desde el vértice V.

#### 4.6.4 Trazado y desarrollo de un cono con varios cortes oblicuos que coinciden con el eje

1. Se traza el tronco de cono por el diámetro neutro, en función de las medidas del croquis, como en los casos anteriores.
2. En la base, se traza una semicircunferencia, que se divide en 6 partes iguales para obtener las generatrices de trazado y se numeran partiendo de la generatriz del corte, que será la de menos longitud (con el fin de ahorrar soldadura).
3. Como estas generatrices no están en su verdadera magnitud, se trazan perpendiculares al eje hasta llevarlas a una de las generatrices extremas, donde sí estarán en su verdadera magnitud (puntos a, b, c, d, e, f, g, h, i, j y k).
4. Finalmente, se desarrolla el cono por el diámetro neutro, se trazan las generatrices previstas y se llevan sobre ellas los puntos obtenidos en su verdadera magnitud (a, b, c, d, e, f, g, h, i, j y k), desde el vértice V.

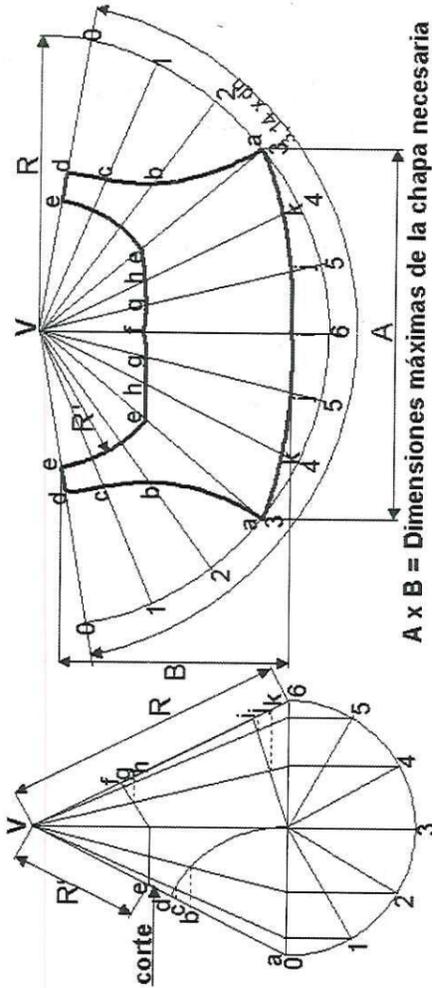


Figura 147. El trazado y el desarrollo

#### 4.6.5 Trazado y desarrollo de un cono con varios cortes oblicuos que no coinciden con el eje

1. Se traza el tronco de cono por el neutro, las 6 divisiones para las generatrices y los puntos a, b, c, d, e y f, como en los casos anteriores.
2. Por los puntos que no coinciden con el eje o alguna generatriz (puntos A, B y C) se hacen pasar generatrices, desde el vértice (V) hasta la base y se proyectan sobre la semicircunferencia para determinar su posición para el desarrollo.
3. Como todos estos puntos no están en su verdadera magnitud, se trazan perpendiculares al eje hasta llevarlos a una de las generatrices extremas, donde sí estarán en su verdadera magnitud (puntos a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, A', B' y C').

4. Finalmente, se desarrolla el cono por el diámetro neutro, se trazan las generatrices previstas y se llevan sobre ellas los puntos obtenidos en su verdadera magnitud (a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, A', B' y C'), desde el vértice V.

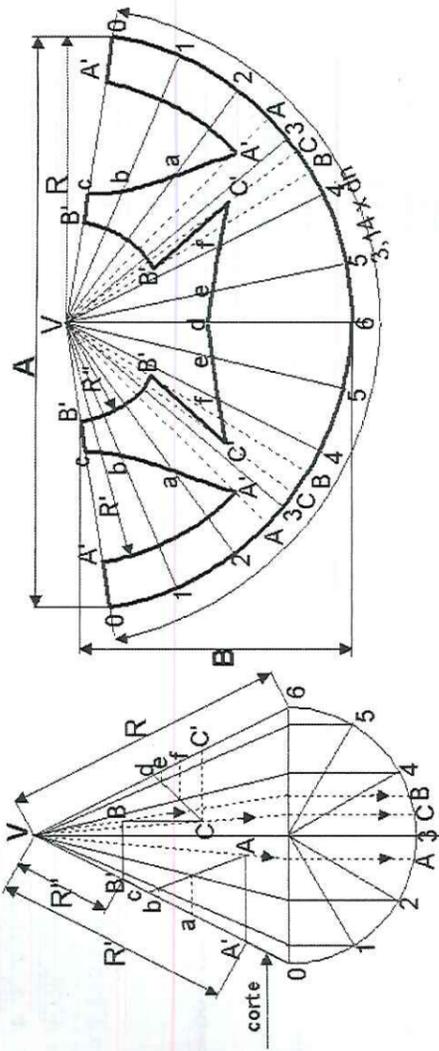


Figura 148. El trazado y el desarrollo

#### 4.6.6 Trazado y desarrollo de un tronco de cono de vértice inaccesible

Cuando una reducción cónica tiene poca diferencia entre sus diámetros, el vértice del cono suele resultar inaccesible por estar muy alejado de la base, en cuyo caso no nos sirve el método de trazado y desarrollo visto anteriormente.

Para solucionar este problema utilizaremos el método llamado de los 3 trapecios, el cual consiste en:

1. Trazar 3 trapecios iguales al formado por el tronco de cono, anexas entre sí por las generatrices. Para ello, se copia el ángulo que forma la generatriz con la base y se traslada a derecha e izquierda del trapecio principal, copiando luego las medidas de altura, base mayor y menor para llevar a los nuevos trapecios.
2. Se trazan perpendiculares a la generatriz del trapecio principal, por los vértices de éste, hasta cortar al eje en los puntos (a) y (b).
3. Se dividen las distancias (ac) y (bd) en dos partes iguales para obtener los puntos (e) y (f), por los que pasarán las curvas del desarrollo.
4. Se trasladan estos puntos a los otros ejes, obteniendo los puntos (e') y (f'), que unidos entre sí y los vértices de los trapecios, con una regla flexible, nos darán las curvas del desarrollo.
5. Finalmente, para completar dicho desarrollo, se llevan sobre las curvas (con una regla flexible) y a partir del centro, la mitad de los desarrollos calculados para las bocas mayor y menor del tronco de cono.

Desa. =  $3,14 \times Dn$ ; desa. =  $3,14 \times dn$ .

EJEMPLO:

$Dn = 708 - 8 = 700$  mm;

$dn = 558 - 8 = 550$  mm;

Desa. =  $3,14 \times 700 = 2.198$  mm;

desa. =  $3,14 \times 550 = 1.727$  mm.

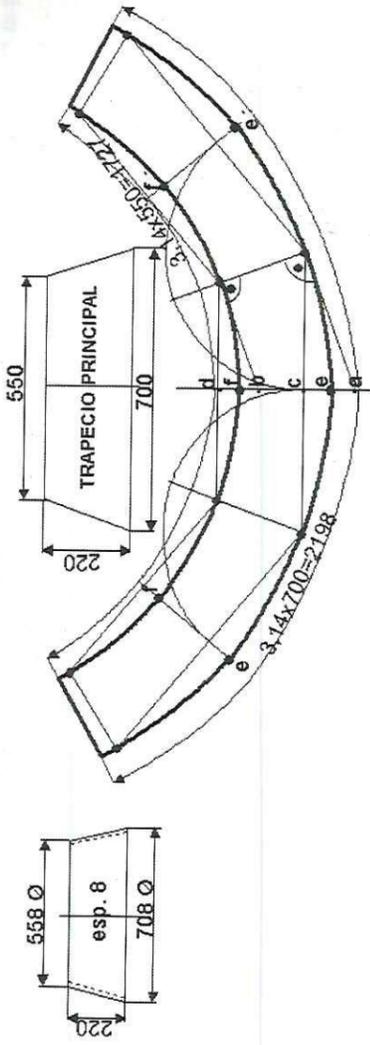


Figura 149. El desarrollo del ejemplo

#### 4.6.7 Generalidades de las tapaderas en conos

Al igual que las tapaderas en los cilindros, éstas han de tener la misma forma y dimensiones que las secciones o cortes producidos. Los cortes que se pueden producir en un cono, pueden ser de cuatro tipos:

**Caso 1. Cortes perpendiculares al eje:** Los cuales producirán siempre una sección circular, pero a medida que se aleje del vértice aumentará el diámetro de dicho círculo. Dependiendo de la longitud que abarque el corte, tendremos diversas figuras.

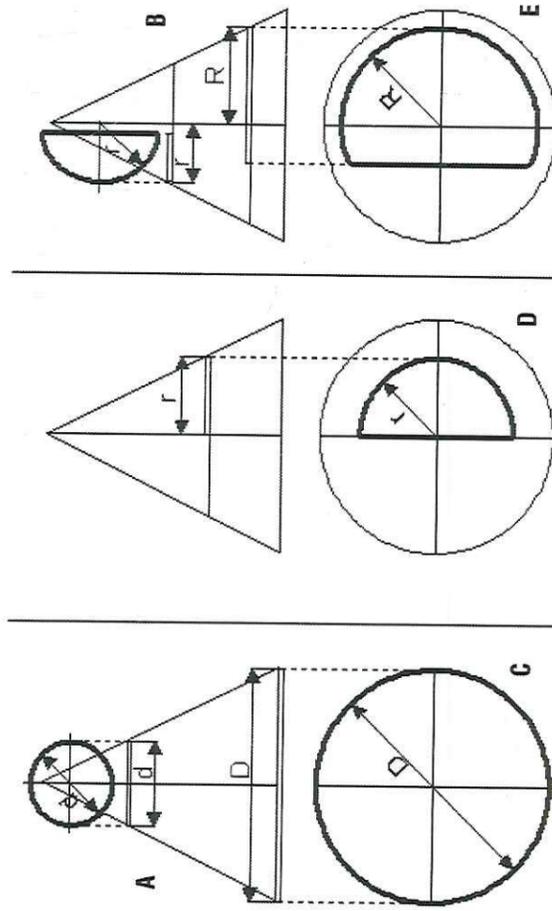


Figura 150. Las figuras del caso 1

A - Tapa circular de diámetro (d);

B - Tapa circular < de  $\frac{1}{2}$  círculo;

C - Tapa circular de diámetro (D);

D - Tapa semicircular de radio (r);

E - Tapa circular > de  $\frac{1}{2}$  círculo.

**Caso 2. Cortes paralelos al eje:** Los cuales producirán una sección parabólica o trapecial-parabólica, según la posición que ocupe. Su ancho depende de dicha posición.

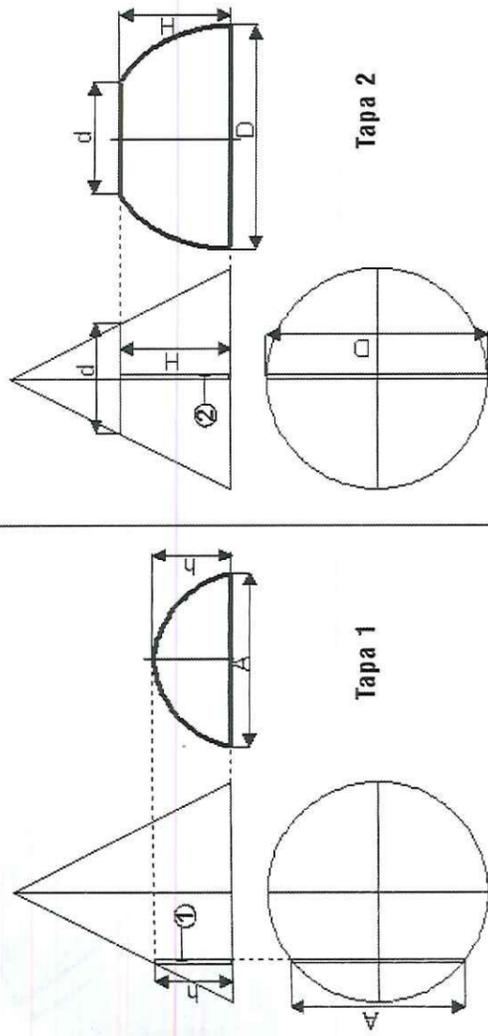


Figura 151. El caso 2

Tapa 1 con forma parabólica;

Tapa 2 con forma parabólica-trapecial.

**Caso 3. Cortes oblicuos al eje:** Los cuales producirán una sección elíptica y su ancho depende de longitud que abarque el corte.

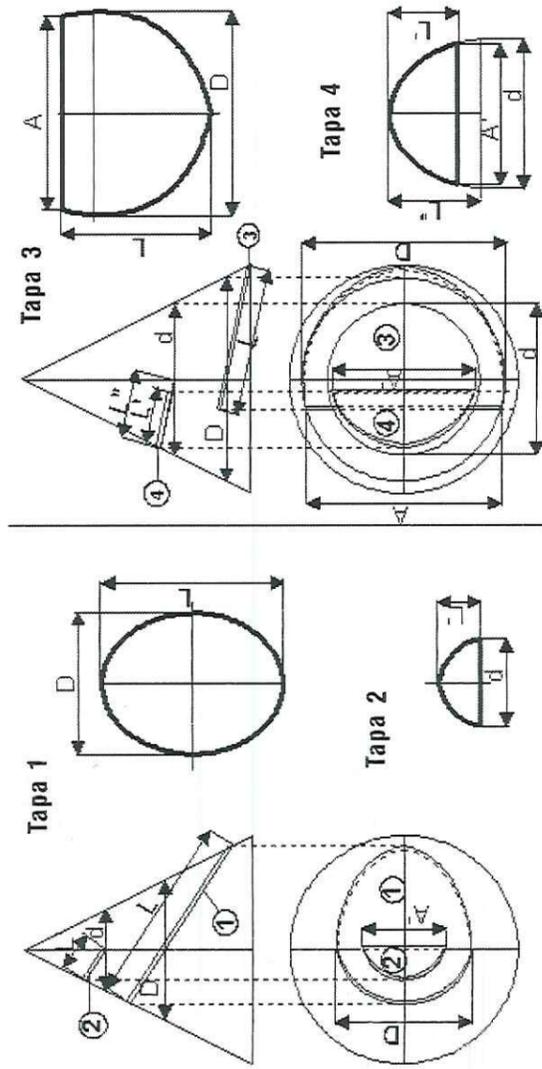


Figura 152. El caso 3

Tapa 1 con forma elíptica;

Tapa 2 con forma de 1/2 elipse;

Tapa 3 con forma > de 1/2 elipse;

Tapa 4 con forma < de 1/2 elipse.

**Caso 4. Cortes especiales:** Estos cortes producirán secciones parabólicas y el ancho dependerá de donde se produzca el corte.

Tapas con forma parabólica y L = Desarrollo de la curva por el neutro.

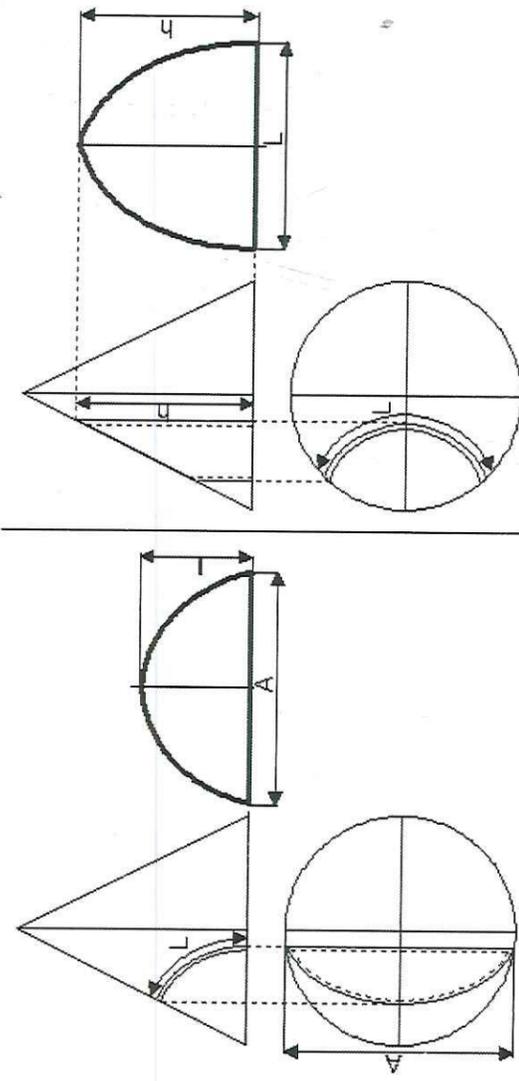


Figura 153. El caso 4

**4.6.7.1 Trazado de una tapadera sobre corte oblicuo**

Para trazar esta tapadera se comienza igual que para desarrollar el tronco de cono (puntos 1 y 2 del apartado 4.6.3), hasta obtener los puntos a, b, c, d, e, f y g, los cuales se proyectarán paralelos al eje hasta cortar a las generatrices de planta correspondientes, obteniendo así los puntos a', b', c', e', f' y g' en la planta, los cuales nos determinarán los anchos correspondientes de la tapadera elíptica (para obtener el punto d', se toma el radio R del alzado y se lleva a la planta).

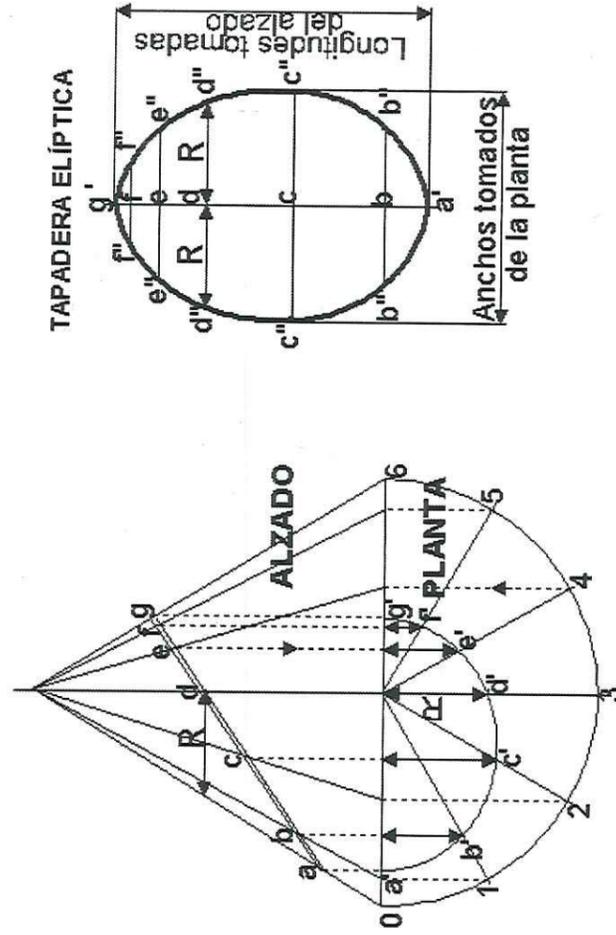


Figura 154. El trazado sobre corte oblicuo

Para determinar la tapadera se toman las longitudes  $a, b, \dots, g$  del alzado, que se llevan sobre una línea y sobre perpendiculares de estos puntos, los anchos correspondientes, tomados de la planta, para determinar los puntos  $b'', c'', d'', e''$  y  $f''$ , que unidos con una regla flexible determinarán la tapadera elíptica, según se representa en la figura 154.

#### 4.6.7.2 Trazado de tapadera sobre corte paralelo al eje

Para trazar esta tapadera se procede como en el caso anterior, teniendo en cuenta que en la planta la tapadera será una línea y que el punto A se traza por haber mucha separación entre los puntos a y b, según se representa en la figura 155.

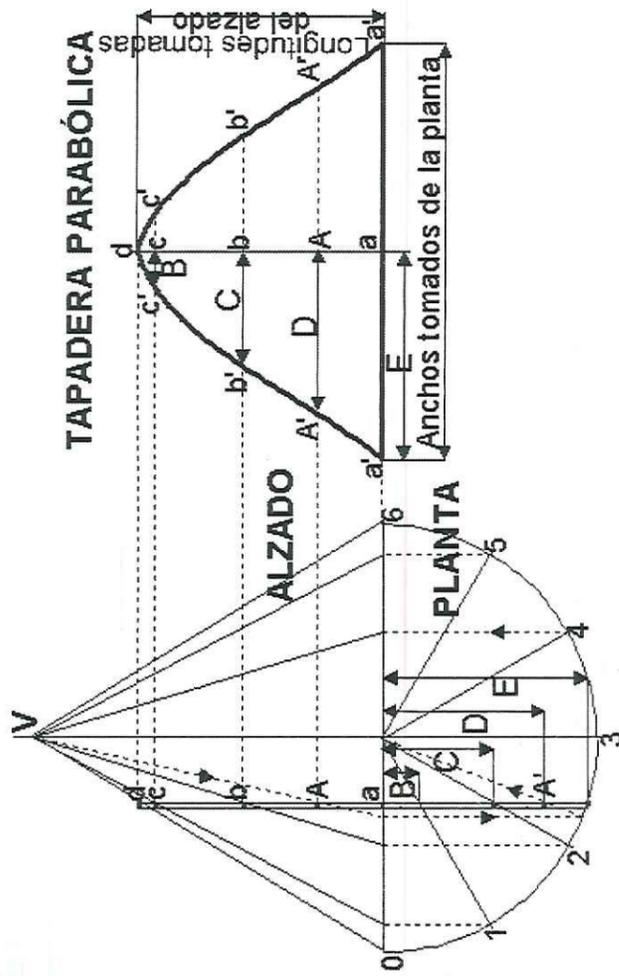


Figura 155. El trazado sobre corte paralelo al eje

#### 4.6.7.3 Trazado de tapadera sobre corte paralelo al eje (sin cortar a las generatrices)

Este tipo de tapadera se traza como en el caso anterior, pero teniendo en cuenta que resultará una forma tronco-parabólica, según la figura 156 (página siguiente).

Cuando el corte coincide con el eje, la tapadera tiene una forma de trapecio con las medidas acotadas en la figura 156.

#### 4.6.7.4 Trazado de tapaderas compuestas en el cono

Una tapadera compuesta está formada por la composición de los cortes vistos anteriormente, por lo que su trazado será la composición de los trazados correspondientes. Normalmente serán plegadas, por lo que hemos de tener en cuenta que se trazarán por el punto interior del pliegue (línea de pliegue). Dado que se podrían hacer muchas composiciones, a continuación trazaremos una a modo de ejemplo en la figura 157.

Tapa 1. Tronco-parabólica

Tapa 2. Trapecio

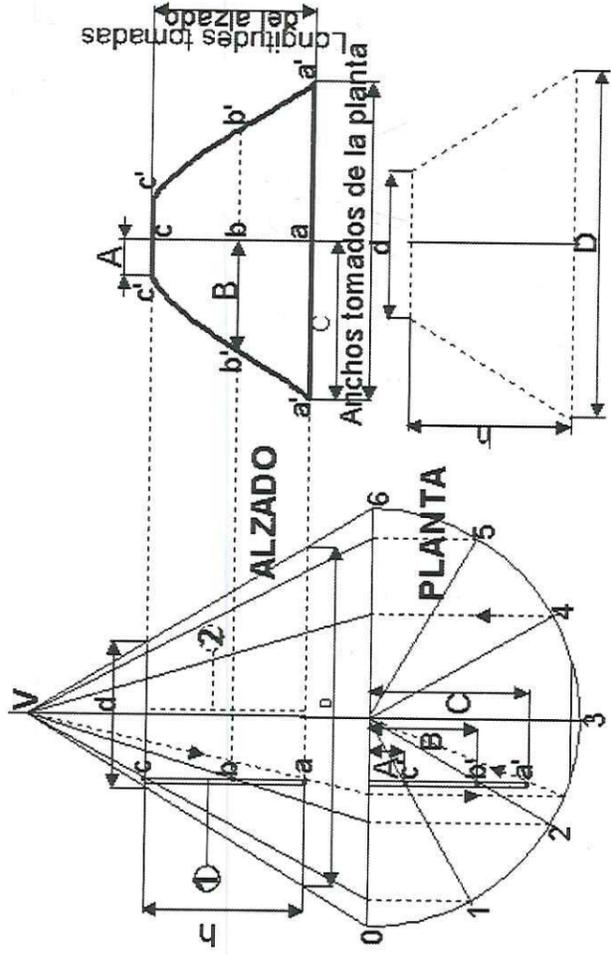


Figura 156. Trazado sobre corte paralelo sin cortar a las generatrices

Las tapaderas pueden ir soldadas al cono, según lo dicho en el apartado 4.4.3.

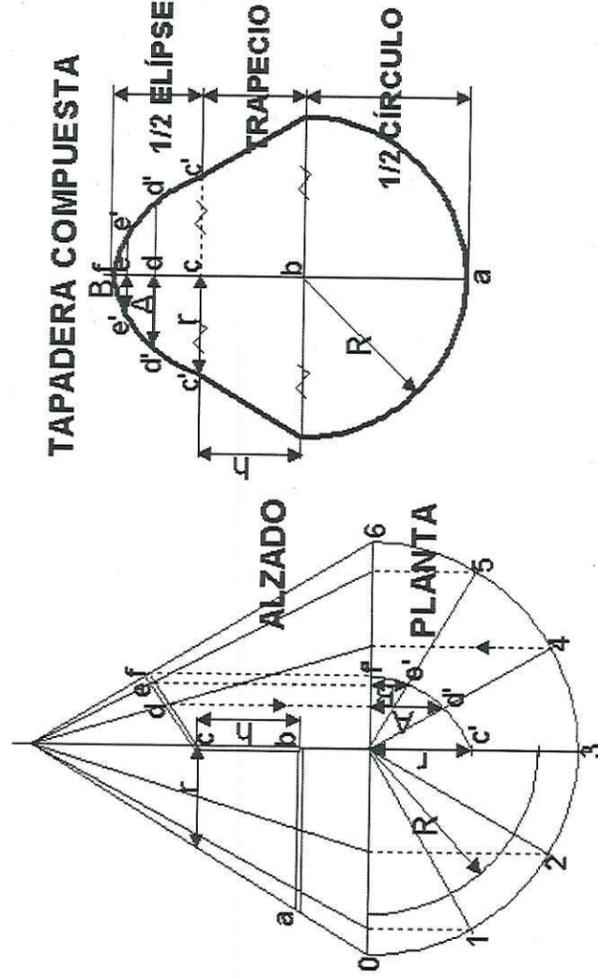


Figura 157. Una tapadera compuesta

## 4.7 Trazado y desarrollo de cuerpos cónicos oblicuos

### 4.7.1 Preliminares

En los conos o troncos de cono oblicuos, las bases serán siempre circulares pero la proyección del vértice no coincide con el centro de la circunferencia de la base, como ocurría en el cono de revolución (figura 158a), si no que, dicha proyección podrá caer fuera o dentro de la circunferencia de la base, pero nunca coincidiendo con su centro, según se muestra en las figuras 158b y c.

Cc = Centro de la circunferencia

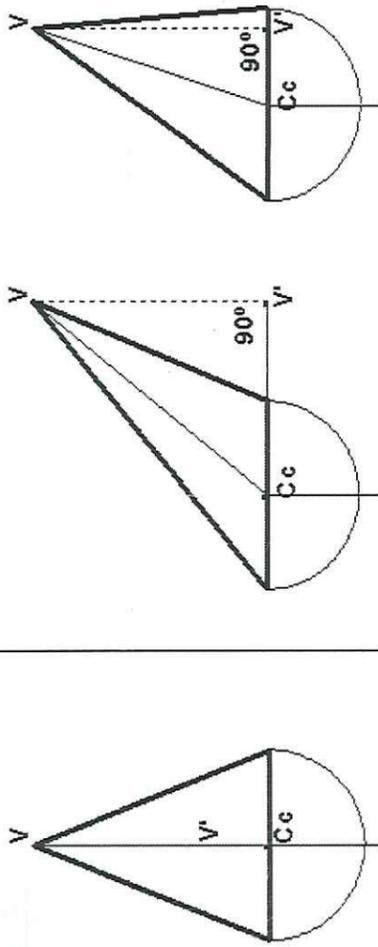


Figura 158a. Cono de revolución

Figura 158b. Cono oblicuo con la proyección fuera de la base del cono

Figura 158c. Cono oblicuo con la proyección dentro de la base del cono

### 4.7.2 Trazado y desarrollo de un cono oblicuo con cortes paralelos (reducción descentrada)

En este tronco de cono, las bocas son circulares y eso nos permite unir dos cilindros entre sí, constituyendo una reducción descentrada.

Para obtener las generatrices en su verdadera magnitud, es necesario abatirlas sobre la base del cono, con centro en la proyección del vértice sobre dicha base (V'), antes de unir las con el vértice (V). Para su trazado y desarrollo:

1. Se traza por el diámetro neutro, se traza una semicircunferencia en la base y se divide en 6 partes iguales.
2. Se proyecta el vértice (V) perpendicularmente a la base, obteniendo el punto V', con centro en él se abaten las divisiones sobre la base del cono y luego se unen con el vértice (V). Estas generatrices estarán en verdadera magnitud.
3. Para desarrollar, se toman los radios V0, V1, V2, ..., V6' y con centro en V1 se trazan arcos. Con un desarrollo igual a la 1/12 parte de la circunferencia de la base (3,14 x Dn / 12) y haciendo centro en el punto 6', se corta el arco inmediato obteniendo los puntos 5' y, así sucesivamente, hasta obtener los puntos 0'. Uniendo estos puntos con el vértice V1 se obtienen las generatrices del desarrollo y para trazar la otra boca, se toman los radios y se cortan a las generatrices correspondientes, desde el vértice V1.

**Ejemplo:** Se quiere unir dos cilindros descentrados 170 mm, cuyos diámetros exteriores son de 446 mm y 256 mm respectivamente, de espesor 6 mm y que se encuentran distanciados 260 mm.

Cálculos:  $dn = 256 - 6 = 250$  mm;  $Dn = 446 - 6 = 440$  mm.

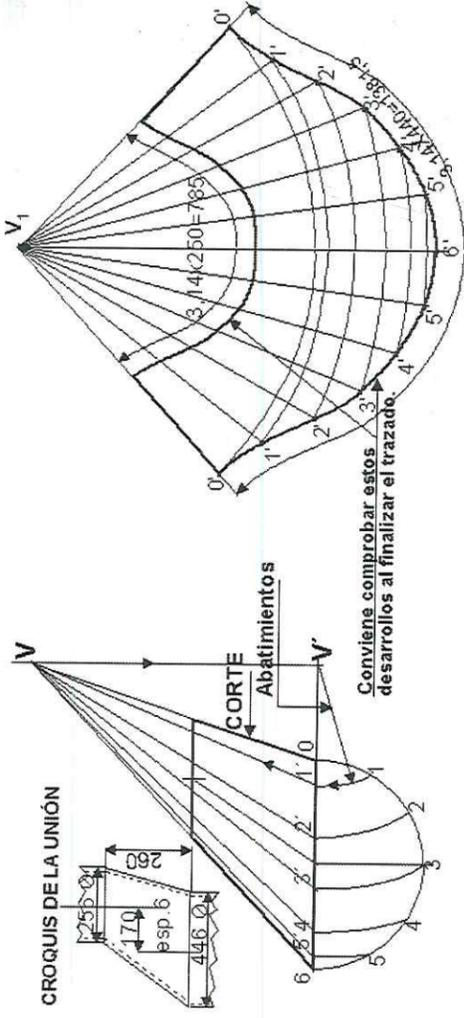


Figura 159. El trazado y desarrollo correspondientes

### 4.7.3 Trazado y desarrollo de un cono oblicuo con cortes oblicuos

1. Como en el caso anterior, primero se traza. Para desarrollar el cono (V06) obtendremos los puntos 6', 5', ..., 0' en el desarrollo, así como las generatrices unidas con V1.
2. Se trazan las proyecciones de las divisiones, perpendicularmente a la base, y se unen con el vértice V, donde corte al corte oblicuo se proyectan paralelas a la base hasta que corten a la generatriz abatimiento de los mismos puntos, obteniendo los puntos b, c, d, e y f, que estarán en su verdadera magnitud.

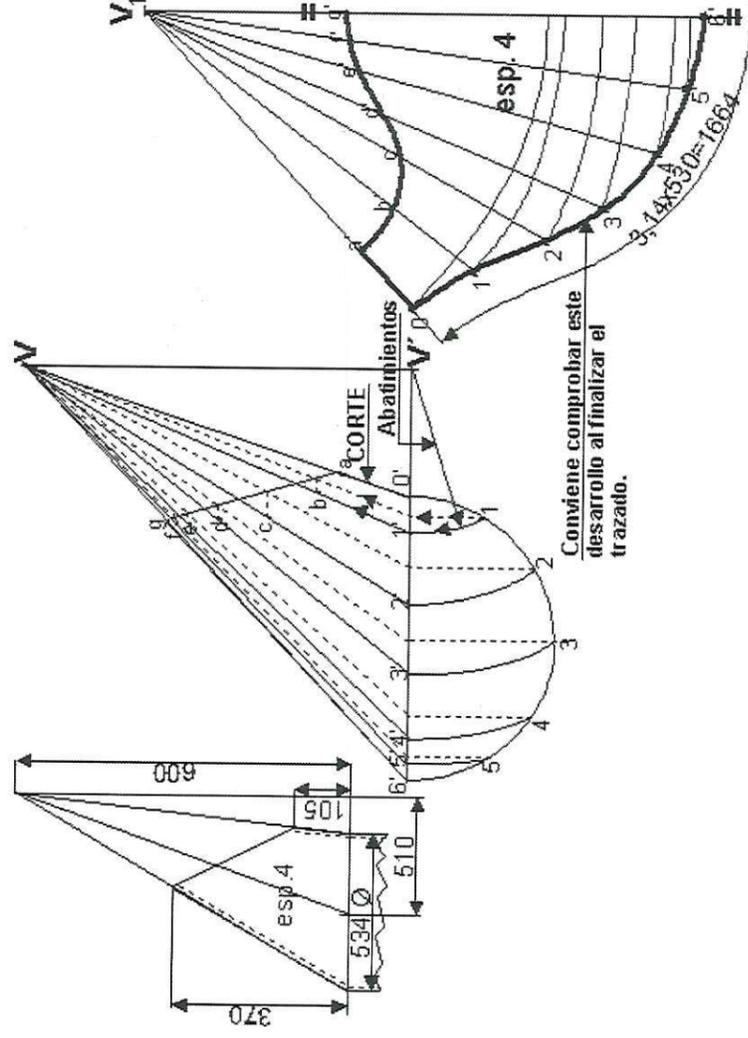


Figura 160. El trazado y desarrollo correspondientes

3. Finalmente, tomando los radios (Va), (Vb), ..., (Vg) y haciendo centro en V<sub>1</sub> se corta a las generatrices para obtener los puntos a', b', c', ..., g' en el desarrollo.

Cálculo del diámetro neutro y el desarrollo:  $D_n = 534 - 4 = 530$  mm;  $D_{sa} = 3,14 \times 530 = 1.664,2$  mm.

#### 4.7.4 Trazado y desarrollo de un tronco de cono oblicuo de vértice inaccesible, resuelto por triangulación con diagonales

Este tronco de cono es igual al del apartado 4.7.2, solamente que al prolongar las generatrices extremas no se puede determinar el vértice V, por lo que tendremos que trazarlo y desarrollarlo por el método de triangulación, utilizando generatrices y diagonales.

1. Dividimos las bocas circulares en 6 partes iguales por el diámetro neutro.
2. Se unen estas divisiones entre sí para obtener las generatrices 0, 1, 2, ..., 6 y, alternativamente, para obtener las diagonales a, b, c, ..., f.
3. Se trazan triángulos con las proyecciones de la base y la altura del tronco de cono, tanto de las generatrices como de las diagonales, para obtenerlas en su verdadera magnitud.
4. Para desarrollar, se toman las verdaderas magnitudes de las generatrices y diagonales, y los desarrollos de una división de cada una de las bocas neutras, procediendo del siguiente modo: se traza la generatriz 6 en su verdadera magnitud, obteniendo los puntos 6 y 6'. Con centro en 6, y un radio igual a la diagonal (f), se traza un arco que cortaremos con el desarrollo de una división de la boca mayor haciendo centro en 6', obteniendo de este modo el punto 5'. Desde este punto y con radio igual a la generatriz 5 trazaremos un arco que cortaremos con el desarrollo de una división de la boca menor haciendo centro en 6, obteniendo de este modo el punto 5. Se repite lo mismo con las diagonales e, d, c, b y a y las generatrices 4, 3, 2, 1 y 0, hasta obtener los puntos 0 y 0' que cerrarán el desarrollo.

Al final es conveniente comprobar el desarrollo de ambas bocas, que tienen que corresponderse con el desarrollo del diámetro neutro de las bocas mayor y menor.

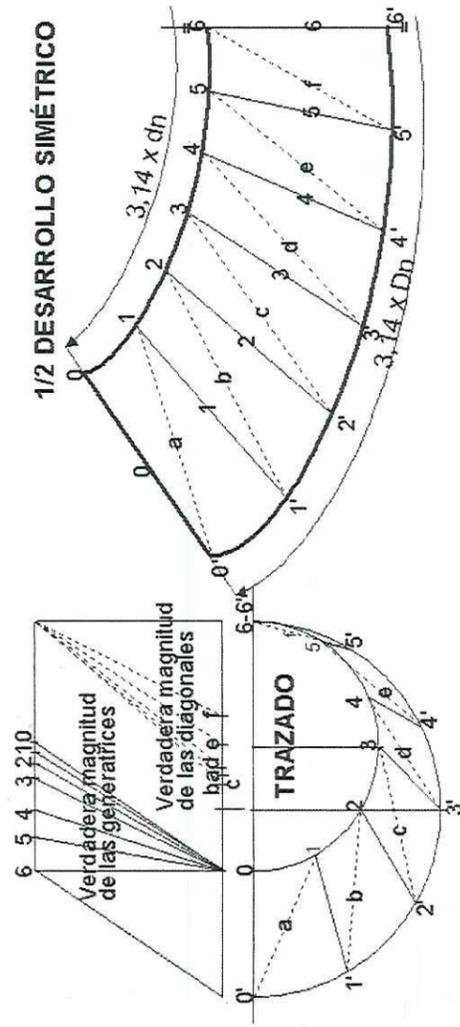


Figura 161. El trazado y desarrollo correspondientes

#### 4.7.5 Trazado y desarrollo de un tronco de cono oblicuo de vértice inaccesible, con corte oblicuo en la boca menor, resuelto por triangulación con diagonales

Este tronco de cono es igual que el anterior, con la sola variante que para determinar las generatrices y diagonales en su verdadera magnitud, han de tomarse las alturas correspondientes en el alzado, las cuales varían por causa del corte oblicuo.

1. Se dividen las dos bocas circulares en el alzado, por el diámetro neutro, en 6 partes iguales y se unen entre sí para obtener las generatrices 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6.
2. Donde cortan estas generatrices al corte oblicuo, se trazan perpendiculares a la base, obteniendo los puntos 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6 en la planta, y las alturas h, h', h'', h''', h'''' y h'''''' en el alzado, que utilizaremos para hallar las generatrices y diagonales en su verdadera magnitud.
3. Se trazan triángulos con las proyecciones de la base y las alturas obtenidas anteriormente, tanto de las generatrices como de las diagonales, para obtenerlas en su verdadera magnitud.
4. Para desarrollar, se toman las verdaderas magnitudes de las generatrices y diagonales y los desarrollos de una división de cada una de las bocas neutras, procediendo como en el caso anterior.

Al final es conveniente comprobar el desarrollo de ambas bocas, que tienen que corresponderse con el desarrollo del diámetro neutro de las bocas mayor y menor.

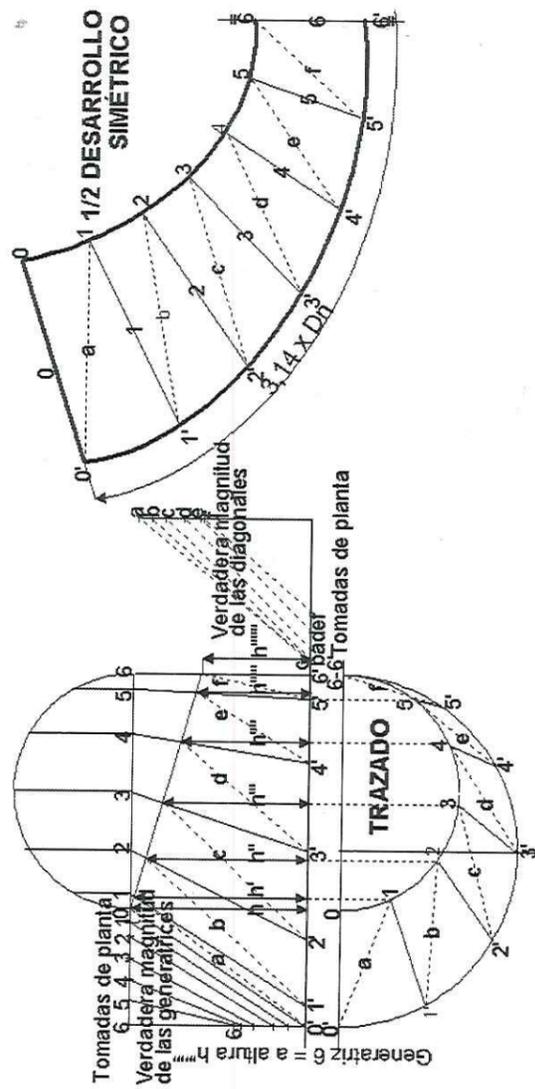


Figura 162. El trazado y desarrollo correspondientes

### 4.8 Trazado y desarrollo de intersecciones de cuerpos (injertos)

#### 4.8.1 Generalidades

En las intersecciones o injertos de cuerpos, hemos de tener en cuenta algunos de los criterios ya mencionados en los acoplamientos o en los codillos, como por ejemplo que los cortes (juntas de soldadura) se deben hacer diametralmente opuestos o a 90° (figuras 131 y 133 del apartado 4.5).

En toda intersección, sea el cuerpo que sea (cilindros, conos, etc.), el trazado se hará siempre con los siguientes criterios:

1. Que el cuerpo que injerta se trace por el diámetro interior.
2. Que el cuerpo injertado se trace por el diámetro exterior.
3. Que ambos cuerpos se desarrollen siempre por el diámetro neutro.

Seguidamente, se representa una intersección de dos cuerpos en la que vemos cual es la razón de lo dicho anteriormente para el trazado y acompañamos, con un ejemplo, las dimensiones para el trazado y las dimensiones para el desarrollo.

Cálculos:

- $d_i = d_e - 2e = 250 - 2 \times 5 = 240 \text{ mm};$
- $d_n = d_e - e = 250 - 5 = 245 \text{ mm};$
- $D_n = D_e - e = 290 - 5 = 285 \text{ mm};$
- $\text{desa.} = 3,14 \times d_n = 3,14 \times 245 = 769,3 \text{ mm};$
- $\text{Desa.} = 3,14 \times D_n = 3,14 \times 285 = 894,9 \text{ mm}.$

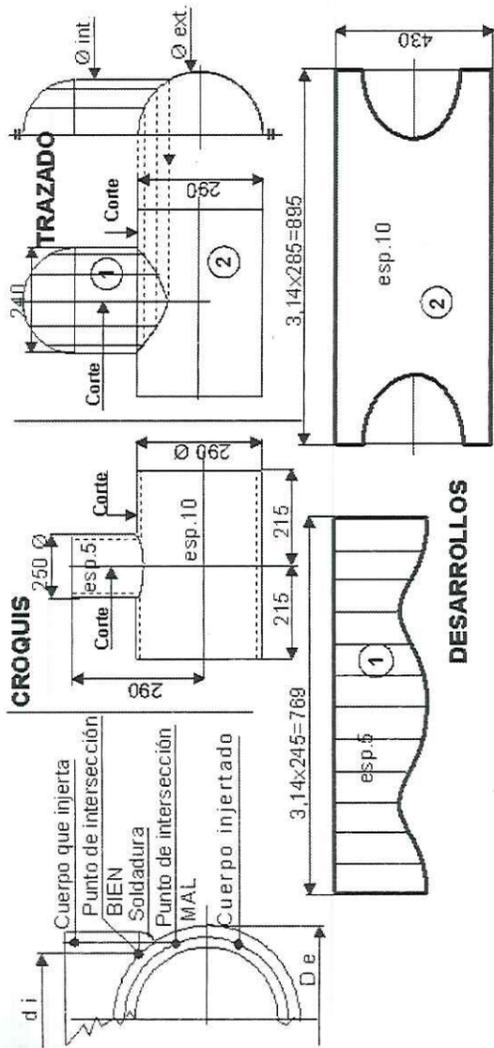


Figura 163. El trazado y desarrollo correspondientes

#### 4.8.2 Trazado y desarrollo de la intersección de dos cilindros con ejes perpendiculares y en el mismo plano

1. Se trazan los dos cuerpos según el croquis, teniendo en cuenta que el cilindro que injerta se traza por el interior y el injertado por el exterior.
2. Se trazan semicircunferencias en la boca del cilindro que injerta y se divide en 6 partes iguales, con el fin de tener generatrices en este cilindro. En la vista de perfil se puede representar la mitad, por ser simétrico.
3. Se proyectan los puntos de división en el alzado y en el perfil hasta que corten a la circunferencia del cilindro injertado, obteniendo los puntos a, b, c y d, los cuales se proyectan al alzado hasta que corten a las generatrices trazadas anteriormente, obteniendo de este modo los puntos de intersección del cilindro que injerta (1) con el cilindro injertado (2).
4. Para desarrollar el cilindro (1), se calcula su desarrollo por el diámetro neutro, se divide en 12 partes y se llevan las generatrices obtenidas anteriormente, teniendo en cuenta por donde se determinó el corte.
5. Para desarrollar el cilindro (2), se calcula su desarrollo por el diámetro neutro, se sitúan las líneas (0, 1, 2 y 3) para el agujero teniendo en cuenta por donde se determinó el corte y se llevan los anchos tomados en arco del perfil (véase como ejemplo el arco X) (figura 164).

Cálculos:

- $d_i = d_e - 2e = 218 - 2 \times 4 = 210 \text{ mm}$
- $D_e = 240 \text{ mm}$
- $d_n = d_e - e = 218 - 4 = 214 \text{ mm}$
- $D_n = D_e - e = 240 - 4 = 232 \text{ mm}$
- $\text{desa.} = 3,14 \times d_n = 3,14 \times 214 = 671,9 \text{ mm}$
- $\text{Desa.} = 3,14 \times D_n = 3,14 \times 232 = 728,5 \text{ mm}$

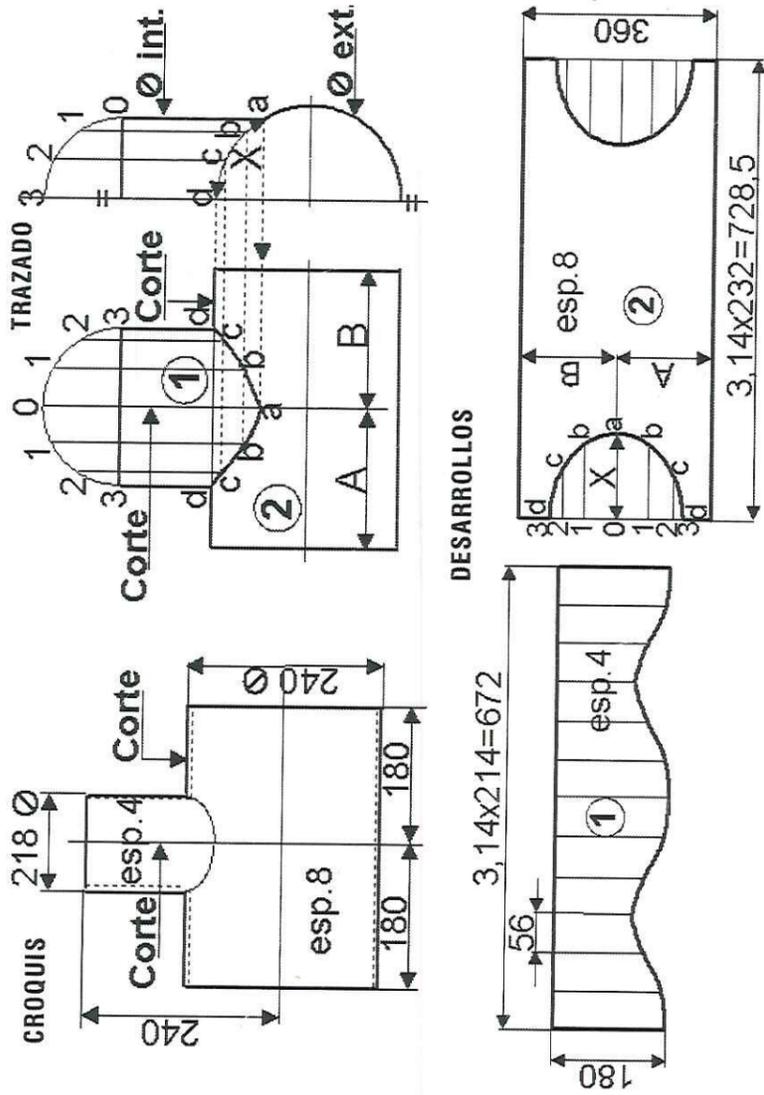


Figura 164. El trazado y desarrollo correspondientes

#### 4.8.3 Trazado y desarrollo de la intersección de dos cilindros con ejes perpendiculares y en distinto plano

1. Este caso se resuelve como el anterior, con la diferencia de que el cilindro no será simétrico (1) y, por consiguiente, tampoco lo será el desarrollo.
2. Para posicionar el agujero del cilindro (2), se toma como referencia el punto P (intersección del eje del cilindro 1 con su circunferencia exterior), y se lleva el desarrollo del arco X desde el extremo del corte.
3. En la práctica, el agujero del cilindro (2) no se suele marcar antes de curvar el cilindro, si no que, se curva antes y luego se pone el cilindro (1) sobre el cilindro (2) en la posición pedida, marcando el contorno del cilindro (1) sobre el cilindro (2), obteniendo, de este modo, la línea que determina el agujero, el cual se cortará posteriormente por oxycorte (figura 165).

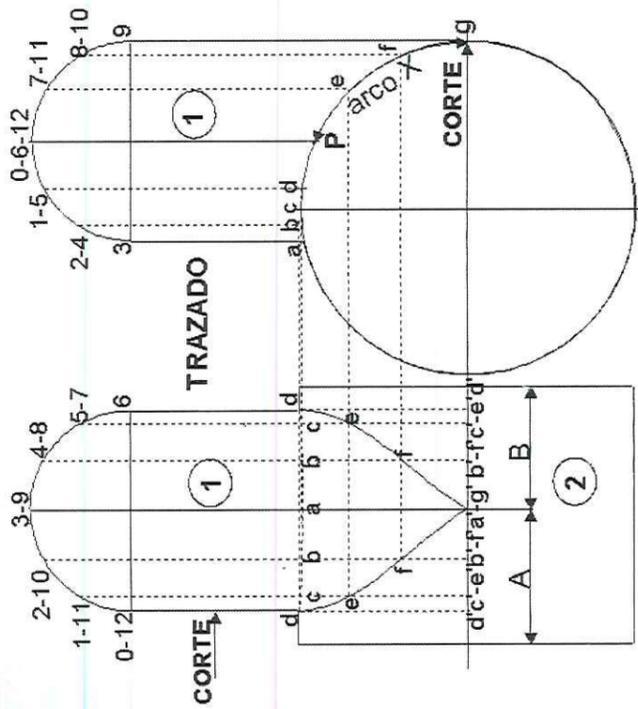


Figura 165. El trazado y desarrollo correspondientes al apartado 4.8.3

#### 4.8.4 Trazado y desarrollo de la intersección de dos cilindros con ejes oblicuos y en el mismo plano

1. Se trazan los dos cuerpos según el croquis, teniendo en cuenta que el cilindro que injerta se traza por el interior y el injertado por el exterior.
2. Se trazan semicircunferencias en la boca del cilindro que injerta y se divide en 6 partes iguales, con el fin de tener generatrices en este cilindro. En la vista de perfil se puede representar la mitad por ser simétrico.
3. Se proyectan los puntos de división en el alzado y en el perfil hasta que corten a la circunferencia del cilindro injertado, obteniendo los puntos (a, b, c y d), los cuales se proyectan al alzado hasta que corten a las generatrices trazadas anteriormente obteniendo, de este modo, los puntos de intersección del cilindro que injerta (1) con el cilindro injertado (2).
4. Para desarrollar el cilindro (1), se calcula su desarrollo por el diámetro neutro, se divide en 12 partes y se llevan las generatrices obtenidas anteriormente, teniendo en cuenta por donde se determinó el corte.
5. Para desarrollar el cilindro (2), se calcula su desarrollo por el diámetro neutro, se sitúan las líneas (9, 8-10, 7-11, etc.) para el agujero teniendo en cuenta por donde se determinó el corte y se llevan los anchos tomados en el arco del perfil (véase como ejemplo el arco X).

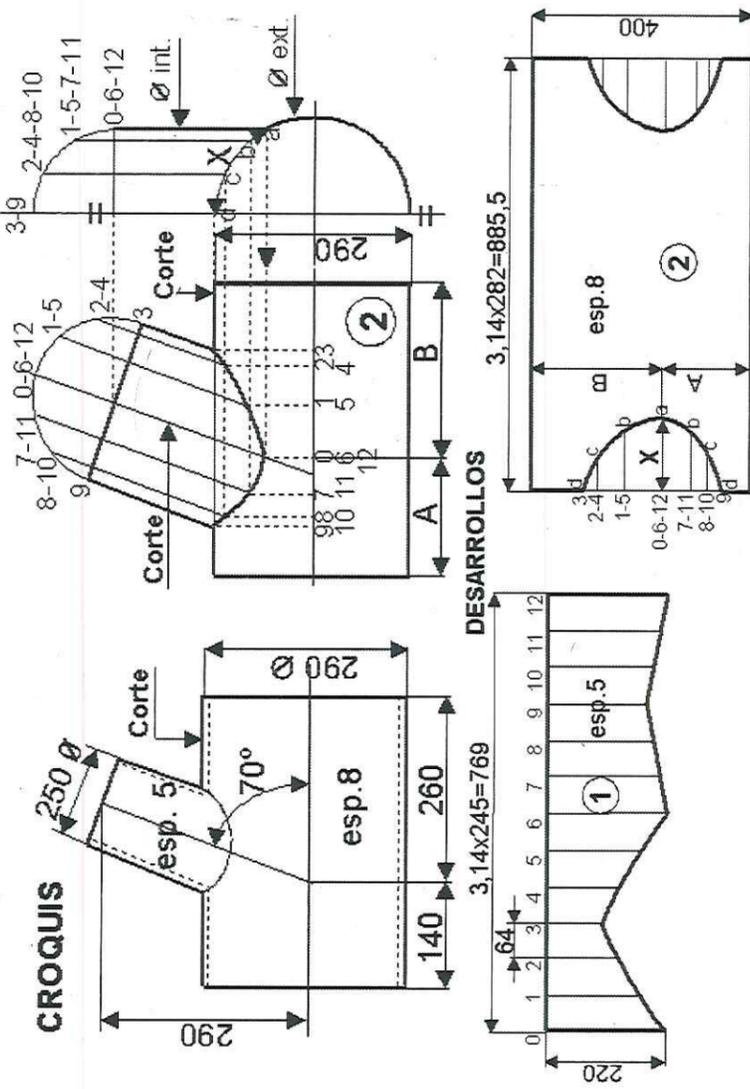


Figura 166. El trazado y desarrollo correspondientes

#### 4.8.5 Trazado y desarrollo de la intersección de dos cilindros con ejes oblicuos y en distinto plano

1. Este caso se resuelve como el anterior, con la diferencia de que el cilindro no será simétrico (1) y por consiguiente, tampoco lo será el desarrollo.

- Para posicionar el agujero del cilindro (2), se toma como referencia el punto P (intersección del eje del cilindro 1 con su circunferencia exterior), y se lleva el desarrollo del arco X desde el extremo del corte.
- En la práctica, el agujero del cilindro (2) no se suele marcar antes de curvar el cilindro, si no que, se curva antes y luego se pone el cilindro (1) sobre él (2) en la posición pedida, marcando el contorno del cilindro (1) sobre (2), obteniendo de este modo la línea que determina el agujero, el cual se cortará posteriormente por oxicorte.

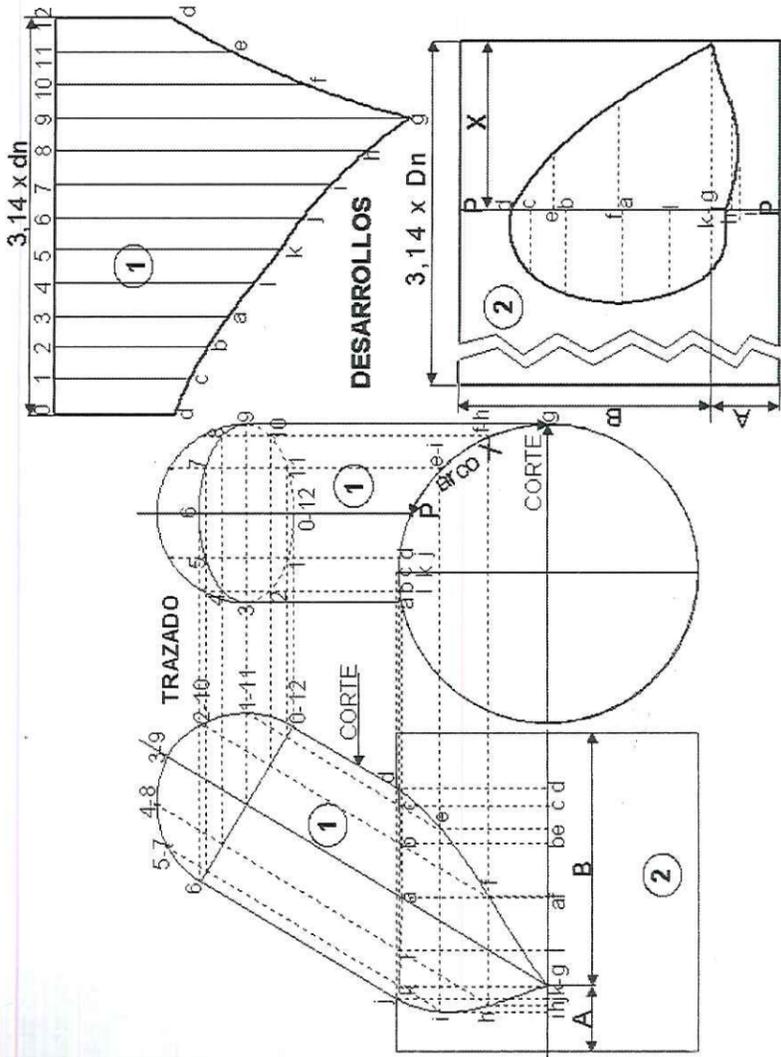


Figura 167. El trazado y desarrollo correspondientes

#### 4.8.6 Trazado y desarrollo de la intersección de un cilindro con un tubo elíptico y ejes perpendiculares

Se traza y desarrolla como la intersección de dos cilindros, pero teniendo en cuenta que el tubo 2 es elíptico y, por tanto, hay que tratarlo como tal (apartado 4.3.2). El trazado y su correspondiente desarrollo aparecen en la figura 168 de la página siguiente.

#### 4.8.7 Intersección de cilindros aumentando el tamaño del agujero de salida

Para aumentar el agujero de salida en la intersección, se insertan unas piezas llamadas polainas (pieza 2) entre el cilindro que injerta 1 y el cilindro injertado 3.

Estas polainas se suelen hacer a 45° respecto al cilindro injertado (con el fin de reducir la resistencia al rozamiento y las pérdidas de carga), de modo que el agujero de la intersección aumenta de la medida (di) a la medida L.

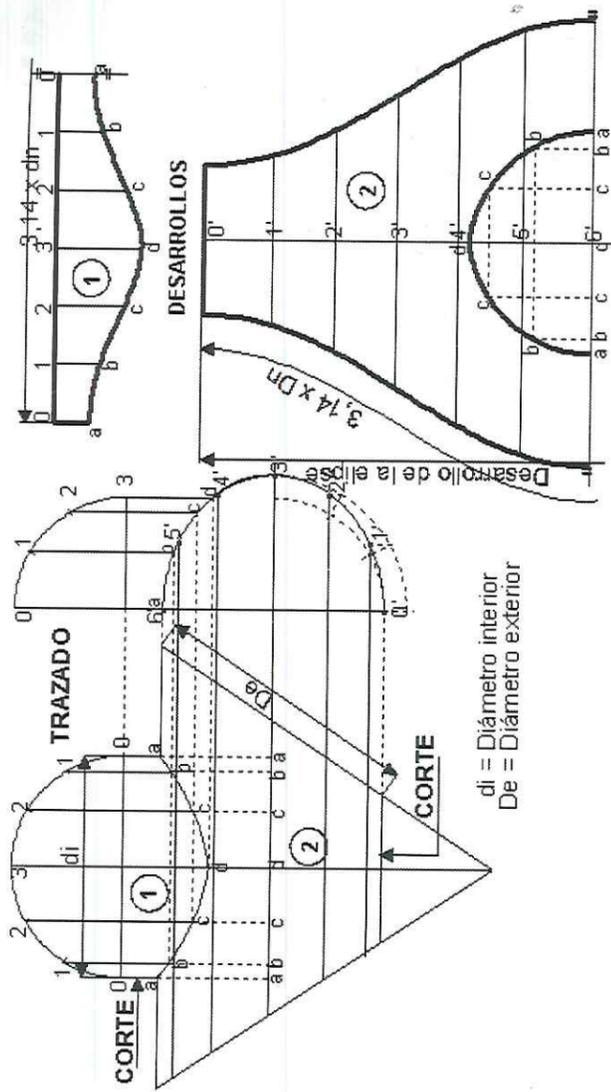


Figura 168. El trazado y desarrollo correspondientes al apartado 4.8.6

La forma del desarrollo de la polaina puede variar según la posición que ocupe el corte A-B, perpendicular a la generatriz de dicha polaina, pudiendo resultar de tres formas distintas: Según la forma de la figura X, Y o Z (figura 169).

El cilindro 1 se tiene que trazar por el diámetro interior y el cilindro 2 por el exterior, igual que en la intersección de dos cilindros normales.

El trazado y desarrollo, tanto de los cilindros como de las polainas, los veremos seguidamente.

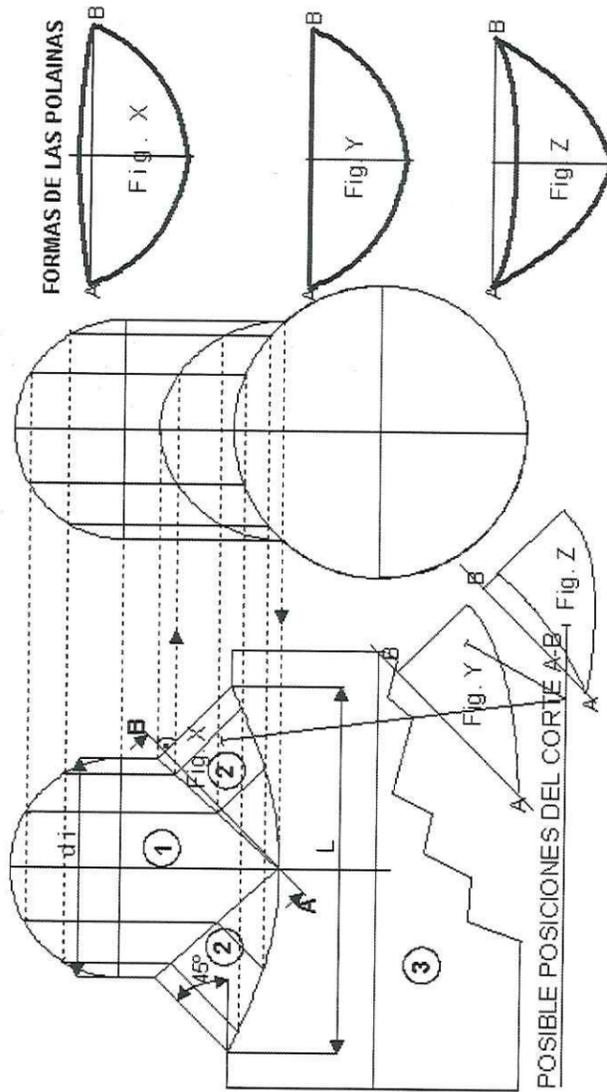


Figura 169. Las polainas

#### 4.8.7.1 Trazado y desarrollo de la intersección de dos cilindros con polainas y ejes perpendiculares

1. El cilindro que injertan y el injertado se trazan y desarrollan como la intersección de dos cilindros normales, teniendo en cuenta que el agujero del cilindro injertado 3 se determinará con las longitudes  $a'$ ,  $b'$ ,  $c'$  y  $d'$ , tomadas del alzado y los anchos  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$ , tomados del perfil en desarrollo sobre la curva.
2. Para determinar la forma de la polaina, se trazan paralelas a su generatriz extrema por donde corten las generatrices del cilindro al corte oblicuo de la polaina, generatrices 0, 1, 2 y 3 y para determinar la forma de su curva, hacemos un corte por AB perpendicularmente a dicha generatriz extrema (haciéndolo coincidir con el punto d). Con las mismas divisiones del cilindro se proyectan sus puntos de división hasta determinar los puntos  $0'$ ,  $1'$ ,  $2'$  y  $3'$  donde corten a las generatrices anteriores de la polaina. Uniendo estos puntos entre sí con una regla flexible obtendremos la forma de la curva parabólica que tiene la polaina y que nos servirá para desarrollarla.
3. Para desarrollar esta polaina, trazaremos una línea recta sobre la que llevaremos los desarrollos de las divisiones  $0'-1'$ ,  $1'-2'$  y  $2'-3'$ , luego trazaremos perpendiculares a dicha línea recta y llevaremos las alturas tomadas del alzado respecto a la perpendicular AB, es decir, por encima y por debajo de esta recta AB y uniendo los puntos obtenidos entre sí con una regla flexible nos dará la forma de la polaina.

Dado que las 2 polainas serán simétricas, basta un solo trazado y mandar construir 2 piezas iguales.

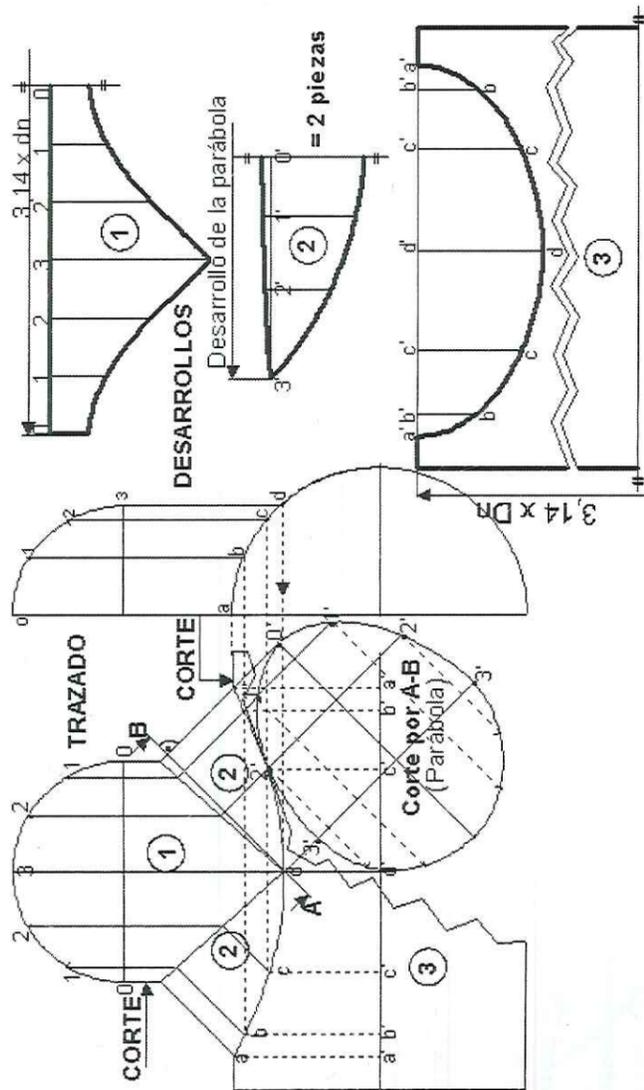


Figura 170. El trazado y desarrollo de las polainas

#### 4.8.7.2 Trazado y desarrollo de la intersección de dos cilindros con polainas y ejes oblicuos

Este caso se resuelve con los mismos criterios utilizados en el caso anterior.

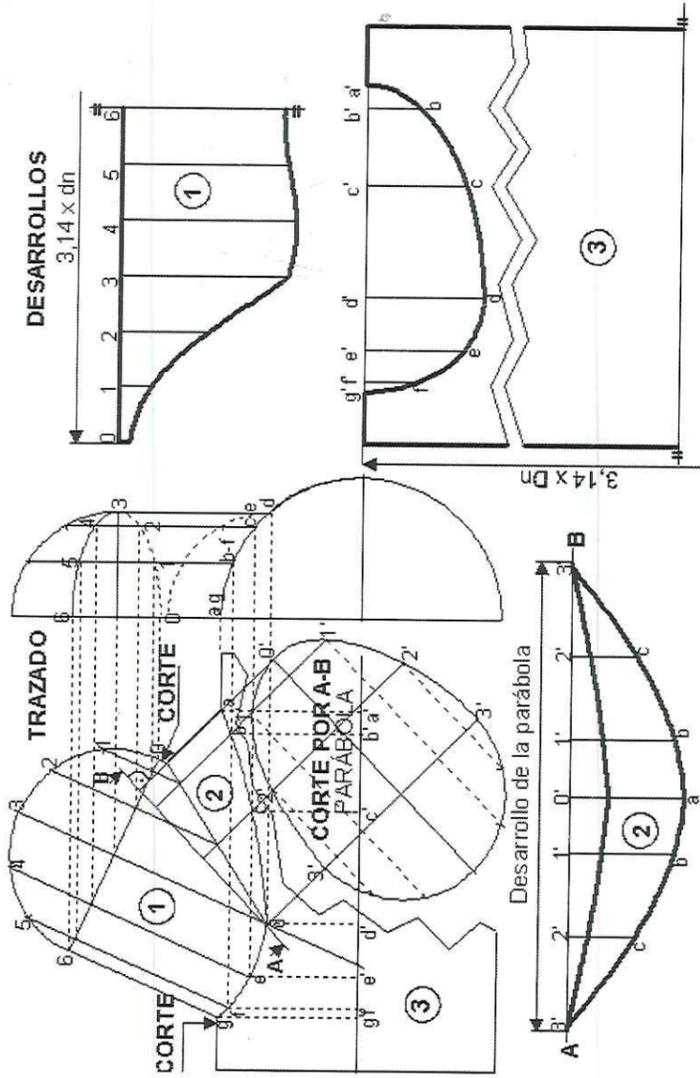


Figura 171. El trazado y desarrollo correspondientes

#### 4.8.8 Trazado y desarrollo de la intersección de un codo con un cilindro de distinto diámetro

1. Al ser una intersección de 2 cuerpos, hay que tener en cuenta los criterios de la intersección de cilindros.
2. Para el codo se procede como hemos visto en el trazado de codos en gajos (apartado 4.5.2).
3. Se debe tener en cuenta por donde damos los cortes, con el fin de que los gajos salgan enteros y no coincidan las soldaduras en las mismas generatrices.
4. Se desarrollan ambos cuerpos con los mismos criterios que el codo en gajos y la intersección de cilindros.

Cuando el codo es comercial, se hace el trazado de la figura A para determinar la forma del corte del codo 1 y del agujero en el tubo 2.

Pieza 1 = Codo comercial a 90°.  
Pieza 2 = Tubo comercial del mismo diámetro que el codo.

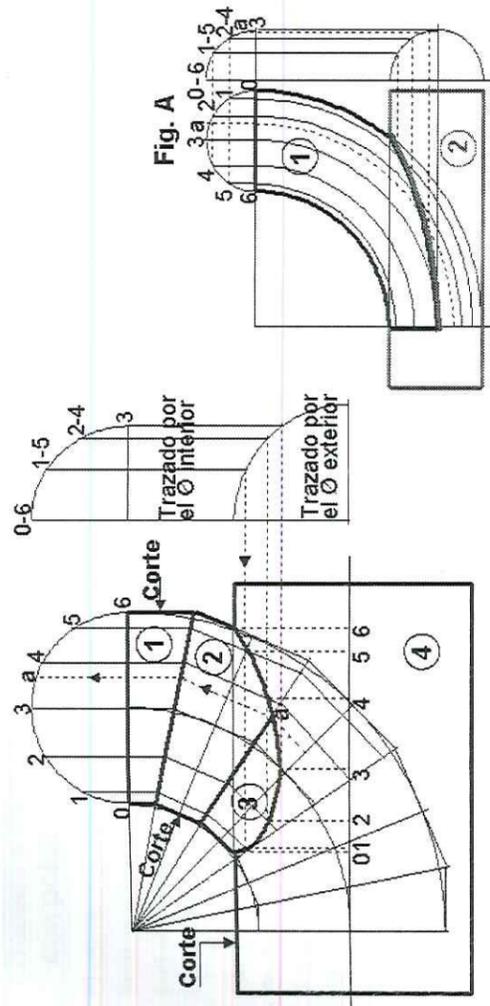


Figura 172. Los trazados...

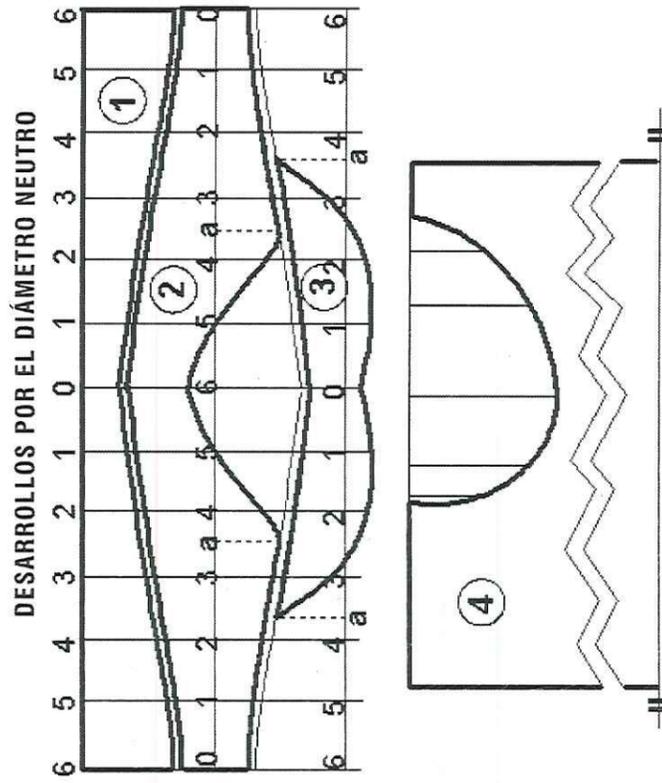


Figura 173. ... y los desarrollos

#### 4.8.9 Trazado y desarrollo de la intersección de un codo con un cilindro de igual diámetro

Se traza y desarrolla con los mismos criterios que el caso anterior.

Cuando el codo es comercial, se hace el trazado de la figura B para determinar la forma del corte del codo 1 y del agujero en el tubo 2.

Pieza 1 = Codo comercial a 90°.  
Pieza 2 = Tubo comercial del mismo diámetro que el codo.

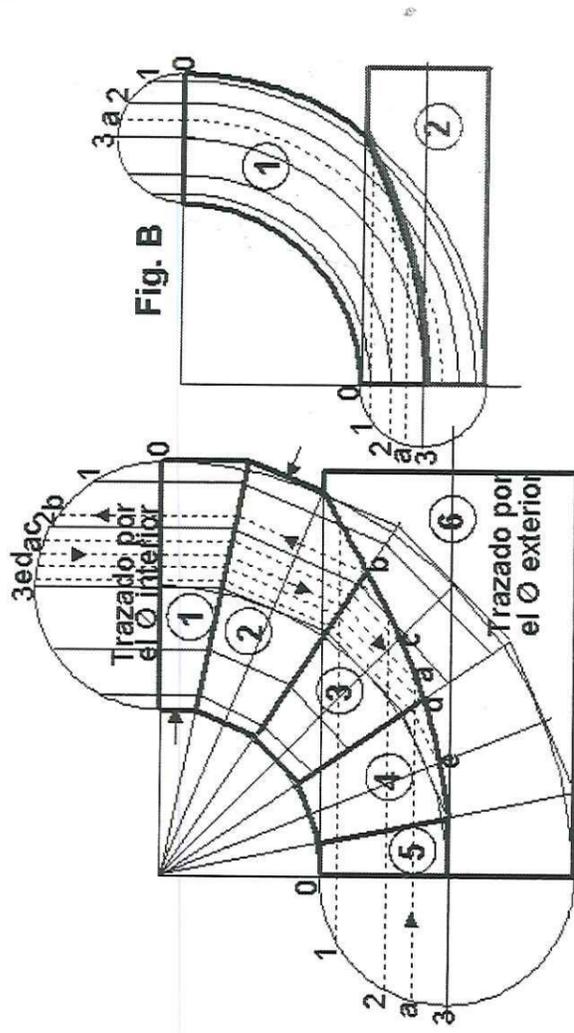


Figura 174. Los trazados

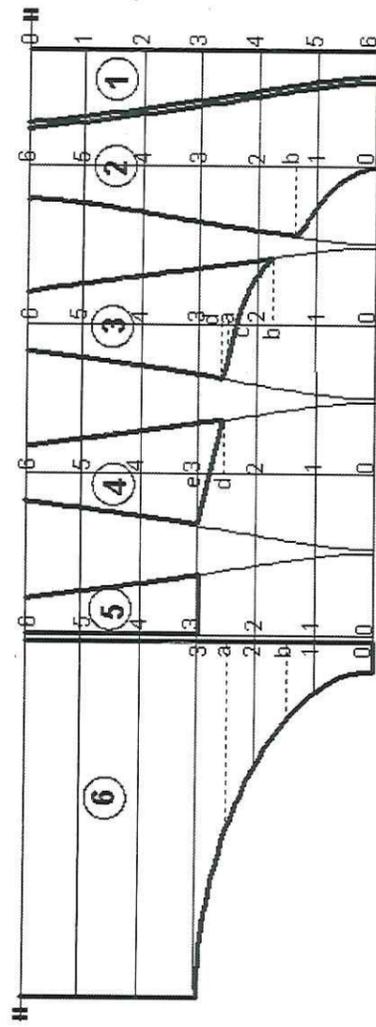


Figura 175. Desarrollos por el diámetro neutro

#### 4.8.10 Trazado y desarrollo de la intersección de cilindros con un codo (distintas posiciones)

El codo utilizado es de 180° y para trazar los gajos del 4 al 10 se procede igual que en el codo de 90°.

Para determinar la línea de intersección de los cilindros 1, 2 y 3 con el codo se procede como en la intersección de dos cilindros y, en función de lo que ocupen las intersecciones, se determinan los cortes de cada cuerpo, teniendo en cuenta que no coincidan en las mismas generatrices.

Finalmente, para hacer los desarrollos se procede como en el codo y en la intersección de dos cilindros, según las figuras 176 y 177.

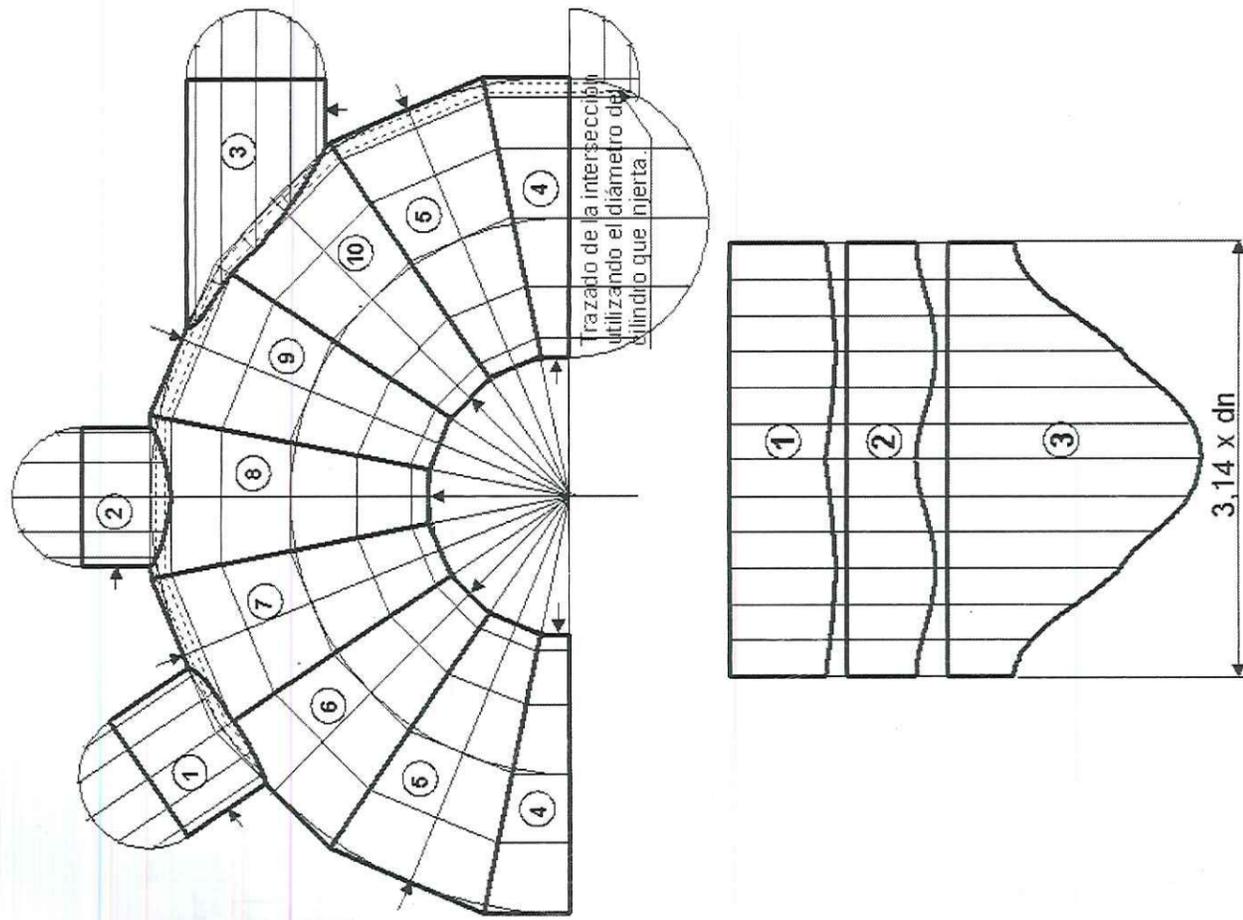


Figura 176. Desarrollos de los cilindros

En el desarrollo del codo, para el marcado, se pueden encajar los gajos con el fin de aprovechar mejor el material, teniendo en cuenta que cuando tengamos que cortar las curvas a soplete conviene dejar una sangría (separación entre los gajos) de unos 3 o 4 mm, para no perder material al oxicotar cada gajo. Los agujeros de la intersección se pueden trazar en el desarrollo o construir el codo completo y luego situar los cilindros 1, 2 y 3, una vez curvados, en su posición, marcando el contorno sobre el codo y oxicotando posteriormente los agujeros. En el caso representado, los cilindros que injertan (cilindros 1, 2 y 3) tienen el mismo diámetro, pero podrían ser de diámetros distintos, en cuyo caso se tendrían que hallar las intersecciones con los diámetros correspondientes a cada intersección.

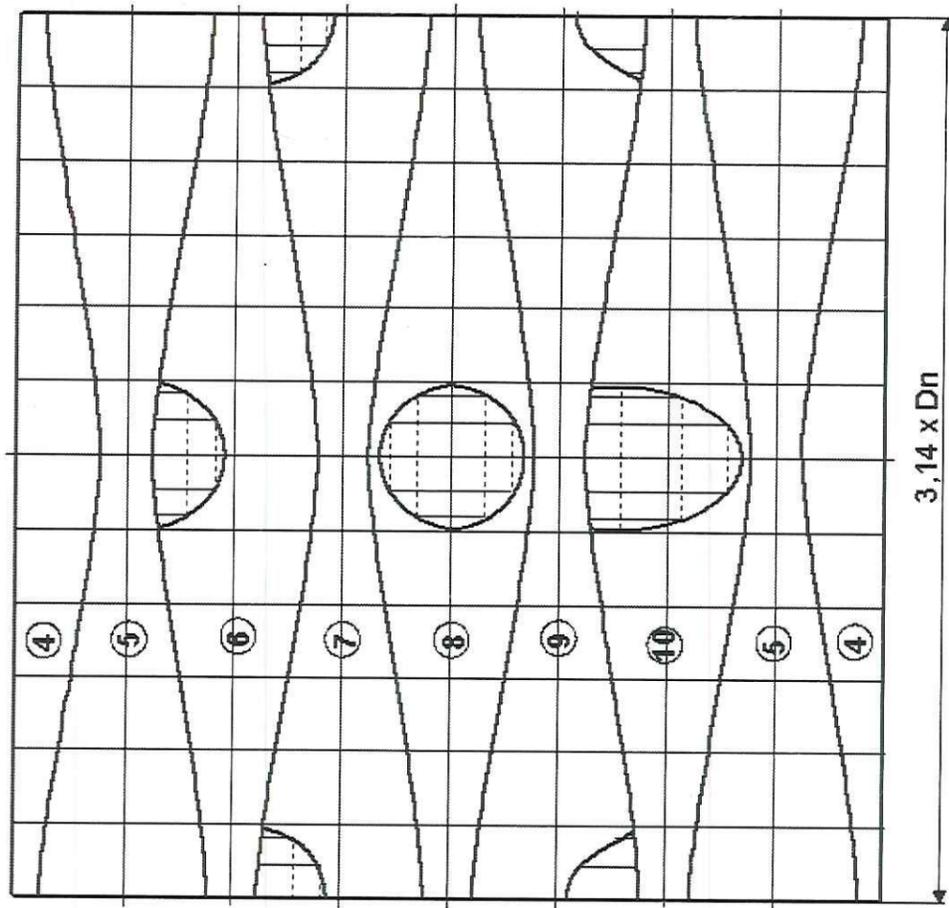


Figura 177. Desarrollos del codo

#### 4.8.11 Trazado y desarrollo de la intersección de un cono con un cilindro, con ejes perpendiculares y en el mismo plano

1. Se trazan los dos cuerpos según el croquis, teniendo en cuenta que el cono será por el diámetro interior y el cilindro por el exterior.
2. Se trazan semicircunferencias en la boca del cono (en el alzado y en el perfil), se dividen en 6 partes iguales y se proyectan paralelas al eje sobre la boca del cono.
3. Seguidamente se unen estos puntos, de la boca del cono, con el vértice (V) del cono y se prolongan, en el perfil, hasta cortar a la circunferencia del cilindro obteniendo los puntos (a, b, c y d), los cuales se proyectan al alzado hasta cortar a las generatrices anteriores, obteniendo los puntos de intersección del cono con el cilindro, que determinarán la línea de intersección.
4. Como estos puntos no están en su verdadera magnitud, se proyectan perpendicularmente al eje hasta la generatriz extrema, obteniendo los puntos (a', b', c' y d') que sí estarán en su verdadera magnitud.
5. Para desarrollar el cono, se calcula la longitud de la circunferencia neutra, se divide en 12 partes iguales y se trazan las generatrices, uniendo las divisiones con el vértice (V'). Luego

con centro en (V') se trazan arcos de radios (V'-a', V'-b', V'-c' y V'-d') cortando a las generatrices correspondientes, teniendo en cuenta por donde se determinó el corte.

6. Para desarrollar el cilindro, se calcula la longitud de la circunferencia neutra, se sitúan las líneas (0, 1, ..., 6) para el agujero, teniendo en cuenta por donde se determinó el corte y se llevan los anchos, tomados en arco del perfil (véase como ejemplo el arco X).

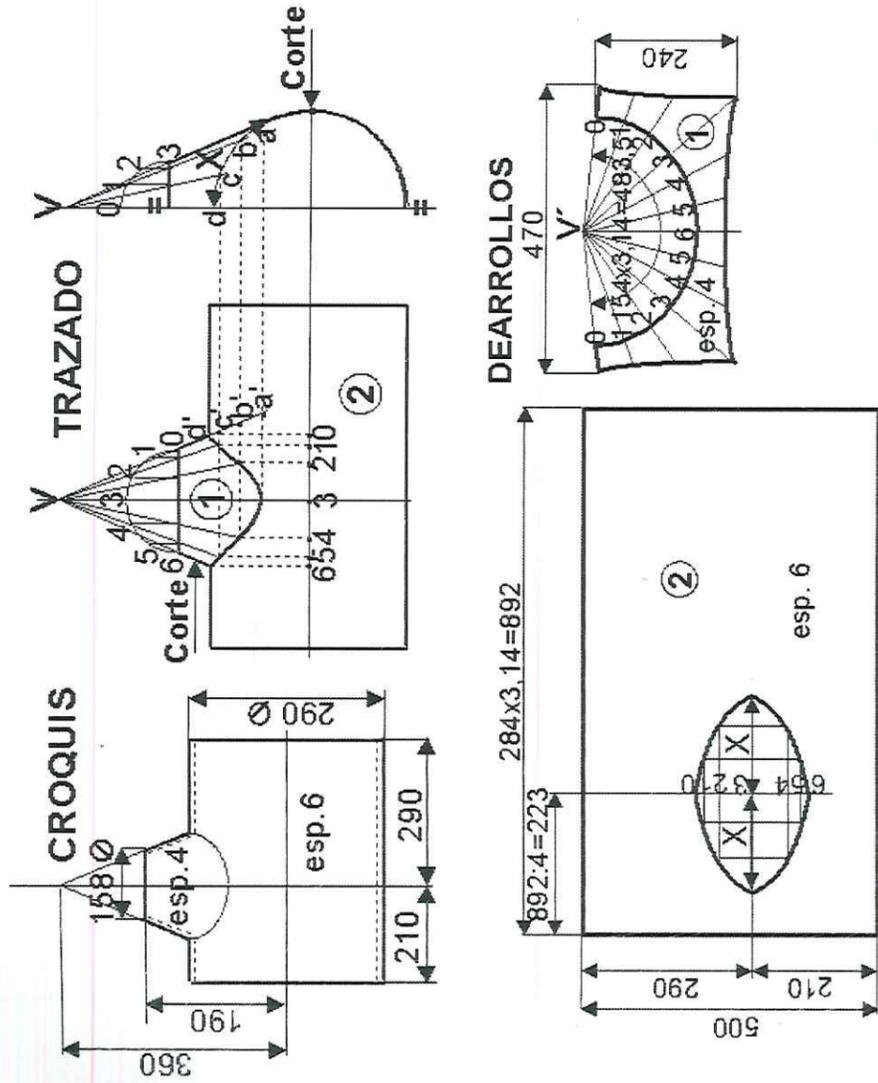


Figura 178. El croquis, trazado y desarrollos correspondientes

#### 4.8.12 Trazado y desarrollo de la intersección de un cono con un cilindro, con ejes perpendiculares y en distinto plano

1. Este caso se resuelve como el anterior.
2. Para la posición del agujero del cilindro 2 se tomará como referencia el punto P, con el desarrollo del arco X.
3. En la práctica, el agujero del cilindro 2 no se suele marcar antes de curvar, se procede como hemos dicho anteriormente en varias ocasiones (ver trazado y desarrollos en la figura 179).

#### 4.8.13 Trazado y desarrollo de la intersección de un cono con un cilindro, con ejes oblicuos y en el mismo plano

1. Se trazan los dos cuerpos según el croquis, teniendo en cuenta que el cono que se injerta se traza por el interior y el cilindro injertado por el exterior.

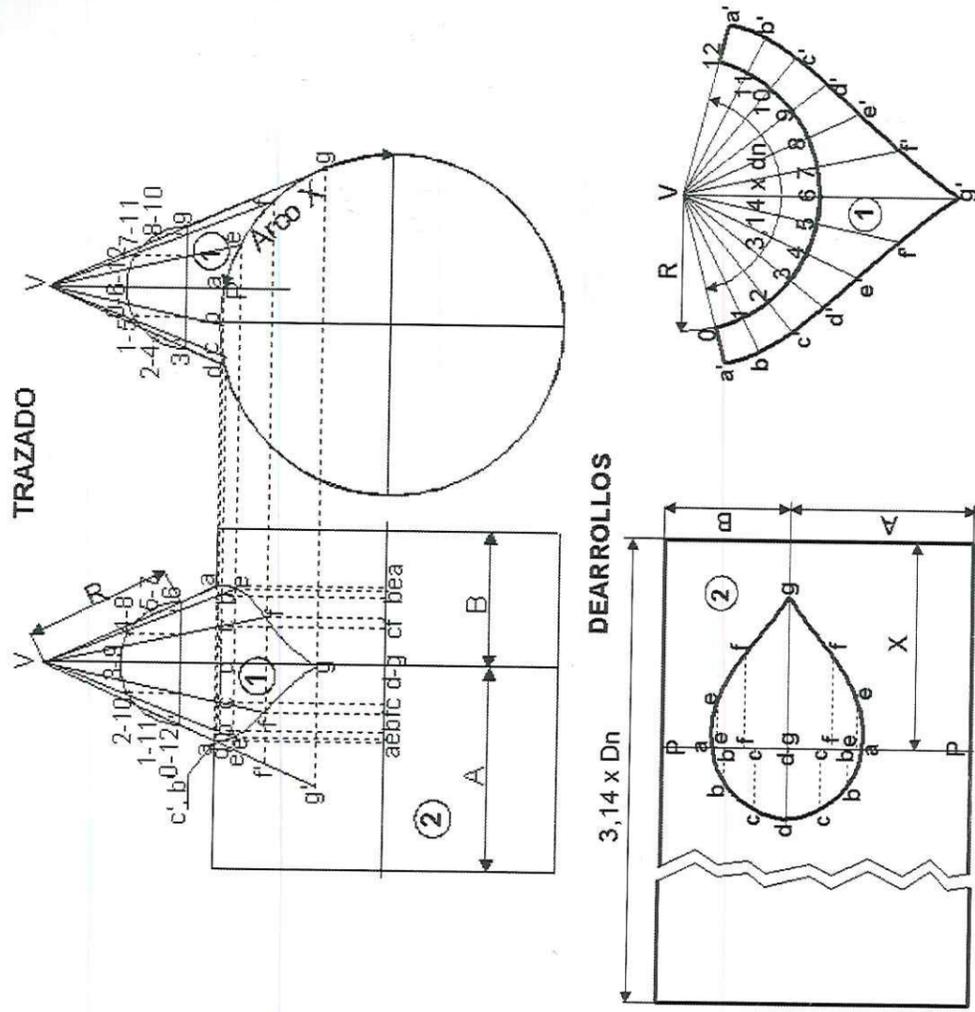


Figura 179. El trazado y los desarrollos del apartado 4.8.12

2. Se trazan semicircunferencias en la boca del cono (en el alzado y el perfil), se divide en 6 partes iguales y se proyectan paralelo al eje sobre la boca del cono.
3. Seguidamente se unen estos puntos de la boca del cono con el vértice (V) del cono y se prolongan, en el perfil, hasta cortar a la circunferencia del cilindro obteniendo los puntos (1-11, 2-10, etc.), los cuales se proyectan al alzado hasta cortar a las generatrices anteriores, obteniendo los puntos de intersección del cono con el cilindro, que determinará la línea de intersección (ver trazado y desarrollos en la figura 180).
4. Como estos puntos no están en su verdadera magnitud, se proyectan perpendicularmente al eje hasta la generatriz extrema, obteniendo los puntos (1-11, 2-10, 5-7, 4-8 y 3-9) que sí estarán en su verdadera magnitud. Los puntos (0-12 y 6) están en su verdadera magnitud.
5. Para desarrollar el cono, se calcula la longitud de la circunferencia neutra, se divide en 12 partes iguales y se trazan las generatrices, uniendo las divisiones con el vértice (V'). Luego, con centro en (V') se trazan arcos de radios (V'-0, V'-1, V'-2, V'-3, etc.) cortando a las generatrices correspondientes, teniendo en cuenta por donde se determinó el corte.
6. Para desarrollar el cilindro, se calcula la longitud de la circunferencia neutra, se sitúan las líneas (6, 5-7, 4-8, etc.) para el agujero, teniendo en cuenta por donde se determinó el corte y se llevan los anchos, tomados en el arco del perfil (véase como ejemplo el arco X).

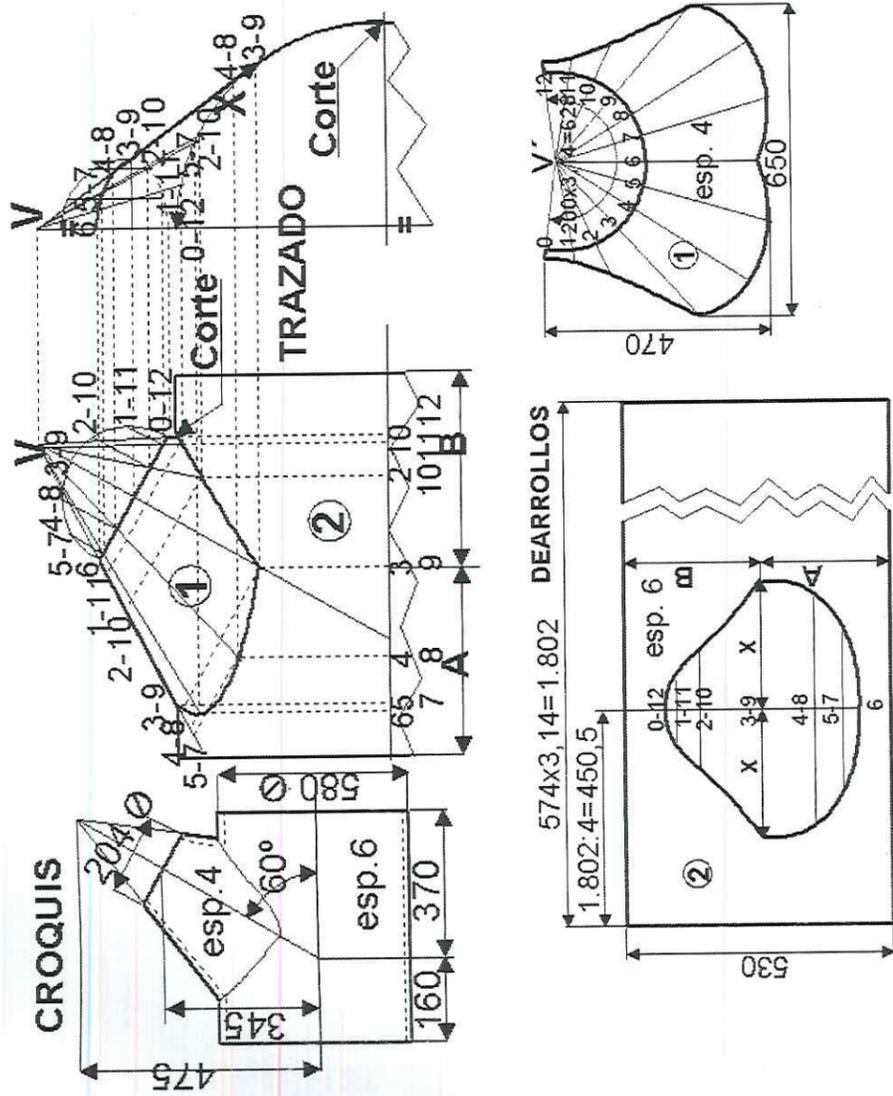


Figura 180. El croquis, trazado y desarrollos del apartado 4.8.13

#### 4.8.14 Trazado y desarrollo de la intersección de un cono con un cilindro, con ejes oblicuos y en distinto plano

1. Este caso se resuelve como el anterior.
2. Para la posición del agujero del cilindro 2, se tomará como referencia el punto P, con el desarrollo del arco X.
3. En la práctica, el agujero del cilindro 2 no se suele marcar antes de curvar, se procede como hemos dicho anteriormente en varias ocasiones (ver trazados y desarrollos en la figura 181).

#### 4.8.15 Trazado y desarrollo de la intersección de un cilindro con un cono y con ejes paralelos

1. Se trazan los dos cuerpos, teniendo en cuenta que el cono será por el diámetro exterior y el cilindro por el interior (ver trazados y desarrollos en la figura 182).
2. Se trazan semicircunferencias en la boca del cono y del cilindro (en la planta), se dividen en 6 partes iguales y se trazan generatrices en el alzado. Uniendo los puntos 0, 1, ..., 6 con la proyección del vértice V', cortarán a la semicircunferencia del cono en los puntos 0', 1', ..., 6', que se proyectarán a la base del cono en el alzado. Uniendo estos puntos con el vértice V obtenemos los puntos de intersección (a, b, c, ..., g) al cortar a las generatrices correspondientes del cilindro. Lo indicado mediante flechas para el punto 2, se repite con el resto de los puntos.

#### TRAZADO

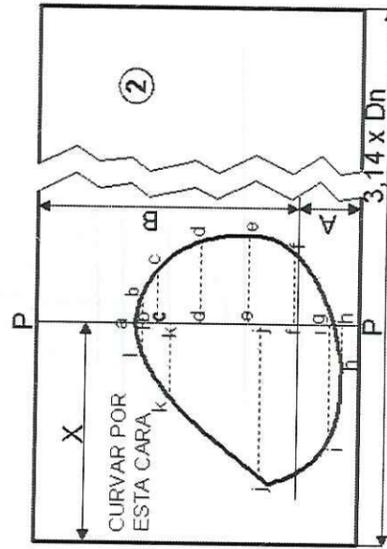
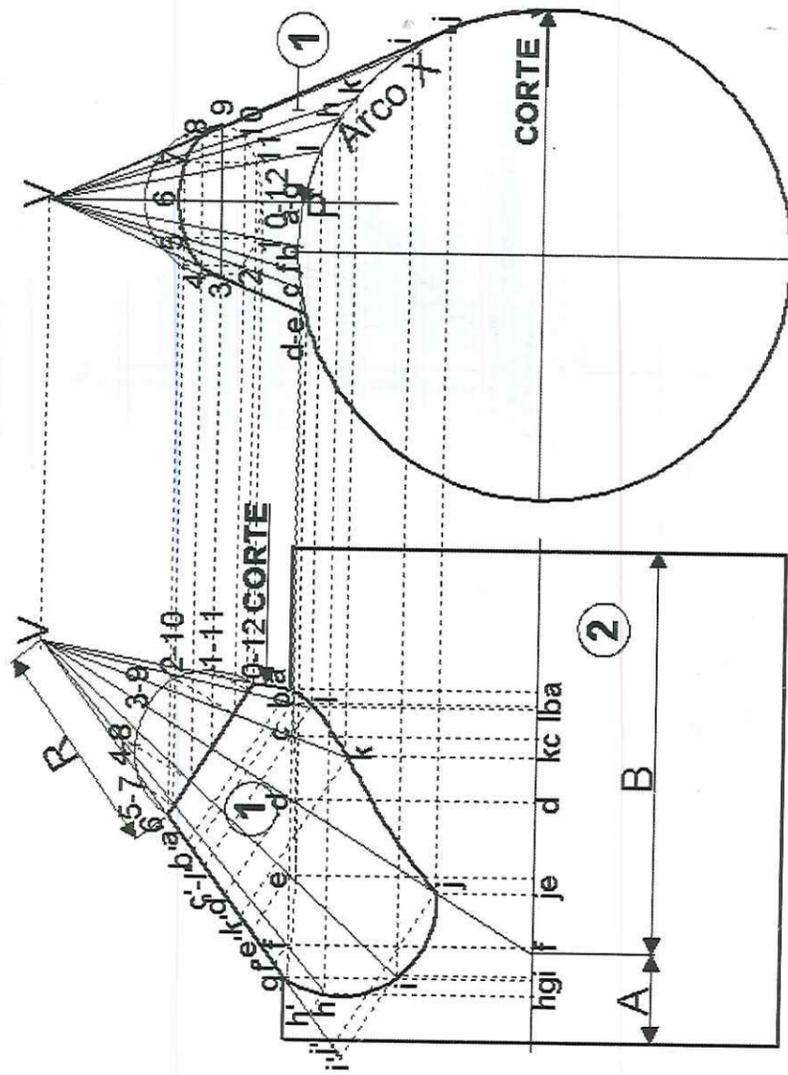


Figura 181. El trazado y desarrollos correspondientes al apartado 4.8.14

3. Para desarrollar el cilindro se procede como en casos anteriores, calculando su desarrollo por el diámetro neutro.
4. Para desarrollar el cono, como los puntos hallados no están en su verdadera magnitud, se proyectan perpendicularmente al eje hasta la generatriz extrema, obteniendo los puntos (0', 1', ..., 6') los cuales sí estarán en su verdadera magnitud. Para determinar el agujero de la intersección en el cono, se trazan arcos de radios V-0", V-1", ..., V-6" y para los anchos

se llevan los arcos  $0'-1'$ ,  $0'-2'$ , ...,  $0'-6'$  sobre la base del desarrollo y al unirlos con el vértice  $V''$  nos darán los anchos del agujero al cortar a los arcos correspondientes y anteriormente trazados. El desarrollo del cono se hace por el diámetro neutro, como en casos anteriores.

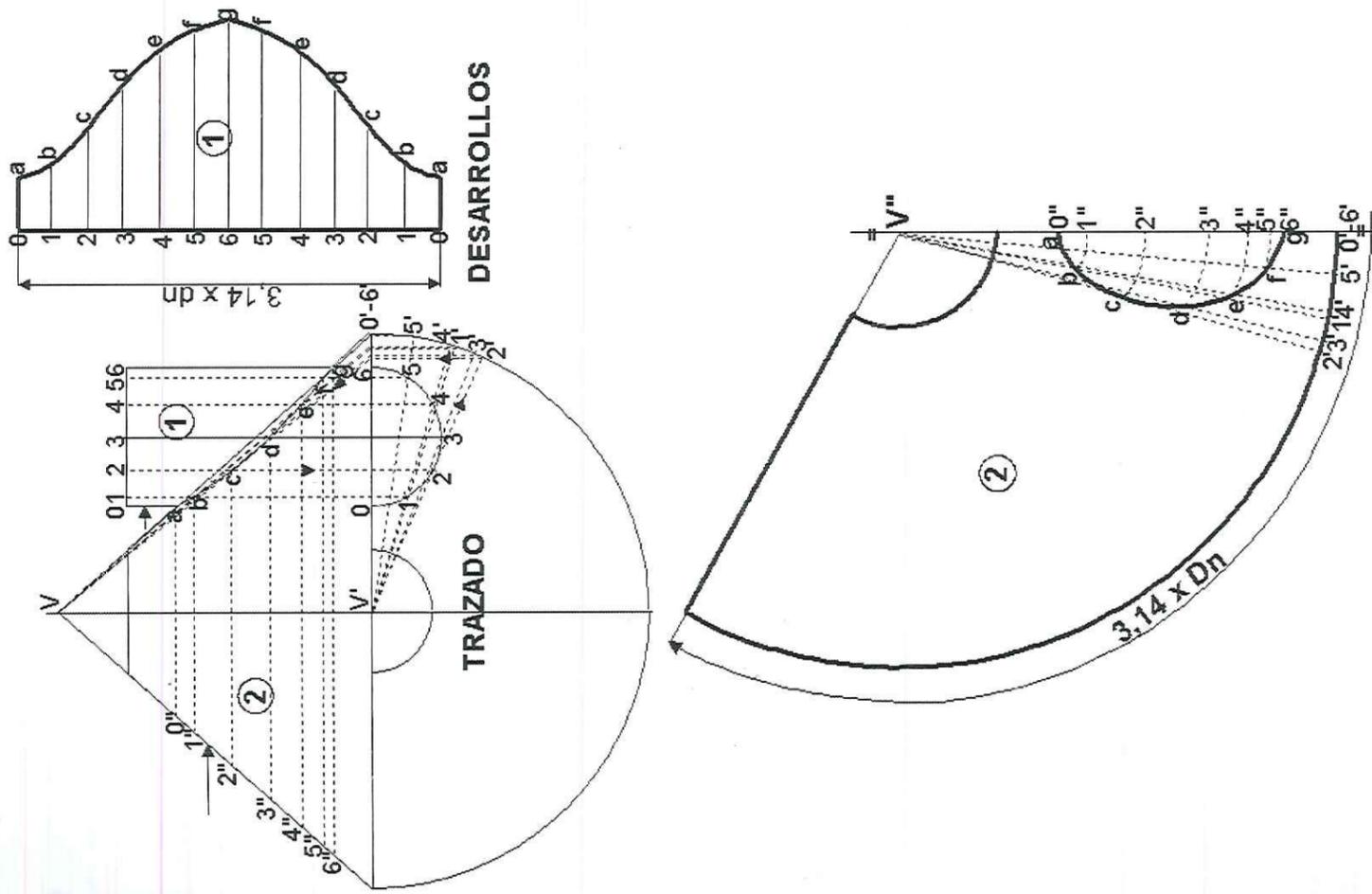


Figura 182. El trazado y desarrollos del apartado 4.8.15

#### 4.8.16 Trazado y desarrollo de la intersección de un cilindro con un cono y ejes perpendiculares

1. Se trazan los dos cuerpos, teniendo en cuenta que el cono será por el diámetro exterior y el cilindro por el interior.

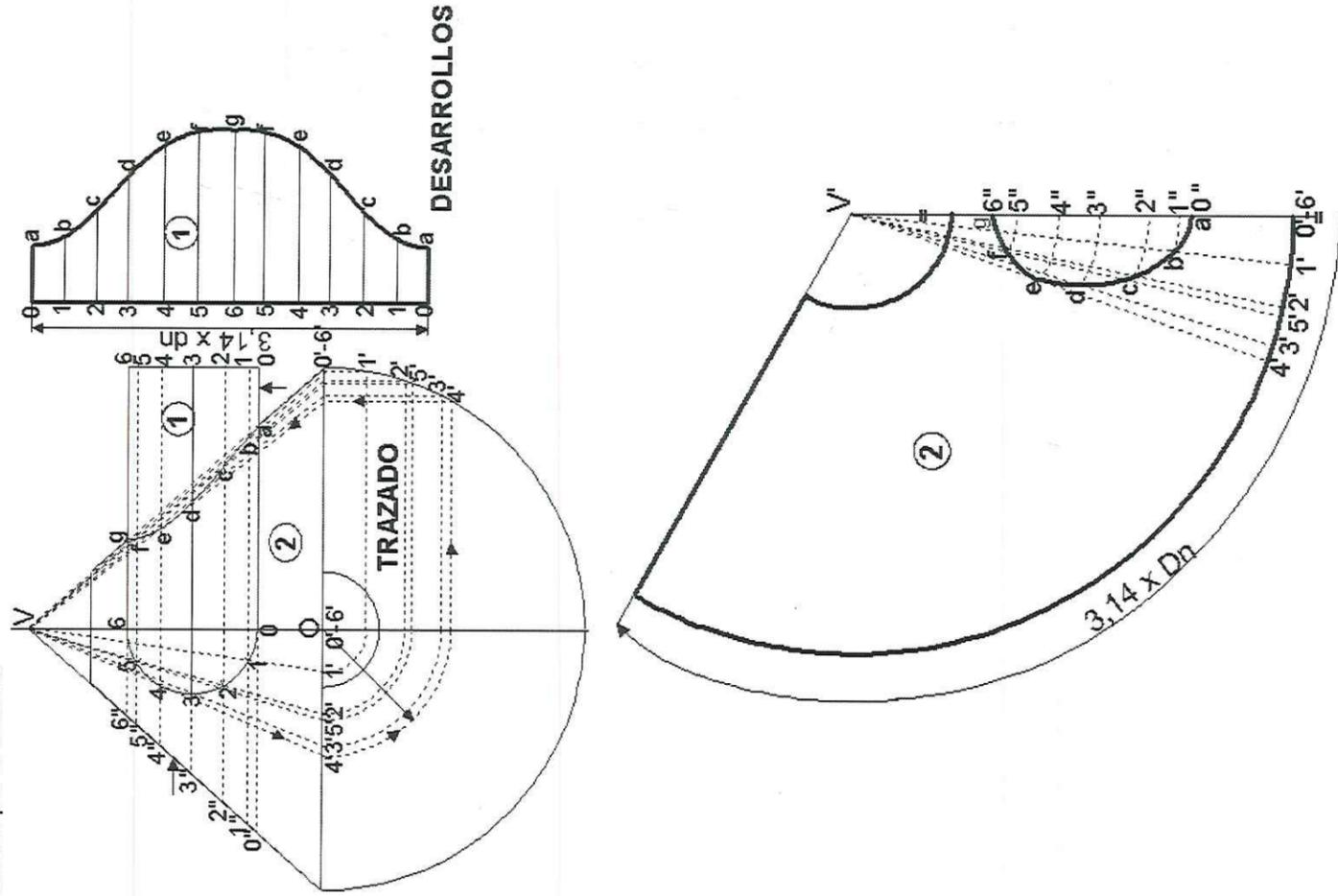


Figura 183. El trazado y desarrollos correspondientes

2. Se trazan semicircunferencias en la boca del cono y del cilindro (en el alzado), se divide en 6 partes iguales la del cilindro y se trazan generatrices en el alzado. Uniendo los puntos 0, 1, 2, ..., 6 con el vértice V cortarán a la base del cono en los puntos 0', 1', 2', ..., 6', que se abatirán en planta, hasta cortar a la semicircunferencia de la base del cono. Después se proyectan, paralelamente al eje, hasta la base del cono en el alzado. Uniendo estos puntos con el vértice V obtendremos los puntos de intersección al cortar a las generatrices correspondientes del cilindro (lo indicado, mediante flechas, para el punto 4, se repite con el resto de los puntos).
3. Para desarrollar el cilindro y el cono, se procede como en el caso anterior, calculando sus desarrollos por el diámetro neutro.

#### 4.8.17 Trazado y desarrollo de la intersección de un cilindro con un cono y con los ejes oblicuos

1. Se trazan los dos cuerpos, teniendo en cuenta que el cono será por el diámetro exterior y el cilindro por el interior.
2. Se trazan semicircunferencias en la boca del cono (en la planta) y del cilindro (en el alzado), se divide en 6 partes iguales y se trazan generatrices del cilindro (en el alzado), que se prolongan hasta cortar a la base del cono. Estos puntos se proyectan a la planta, perpendicularmente a la base del cono y con los anchos del cilindro, y obtendremos, en la planta, la elipse ficticia que se forma al chocar la prolongación del cilindro con la base del cono. Se traza una paralela al eje del cilindro que pase por el vértice V del cono, que cortará a la prolongación de la base del cono en el punto X. Uniendo este punto X con los puntos de la elipse 0, 1, ..., 6, obtendremos los puntos 0', 1', ..., 6' sobre la semicircunferencia del cono en la planta, los cuales se proyectan paralelos al eje del cono hasta la base de dicho cono en el alzado y, uniéndolos con el vértice V, obtendremos los puntos de intersección (a, b, ..., g) del cilindro con el cono al cortar a las generatrices correspondientes del cilindro (lo indicado, mediante flechas, para el punto 4 se repite con el resto de los puntos 5, 3, 2 y 1).

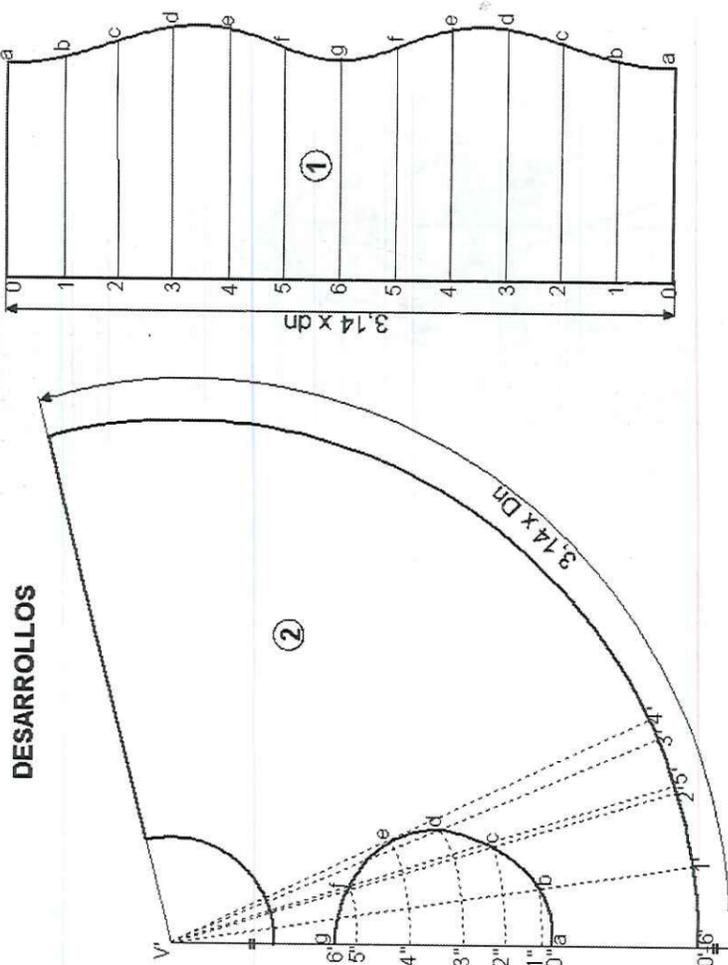
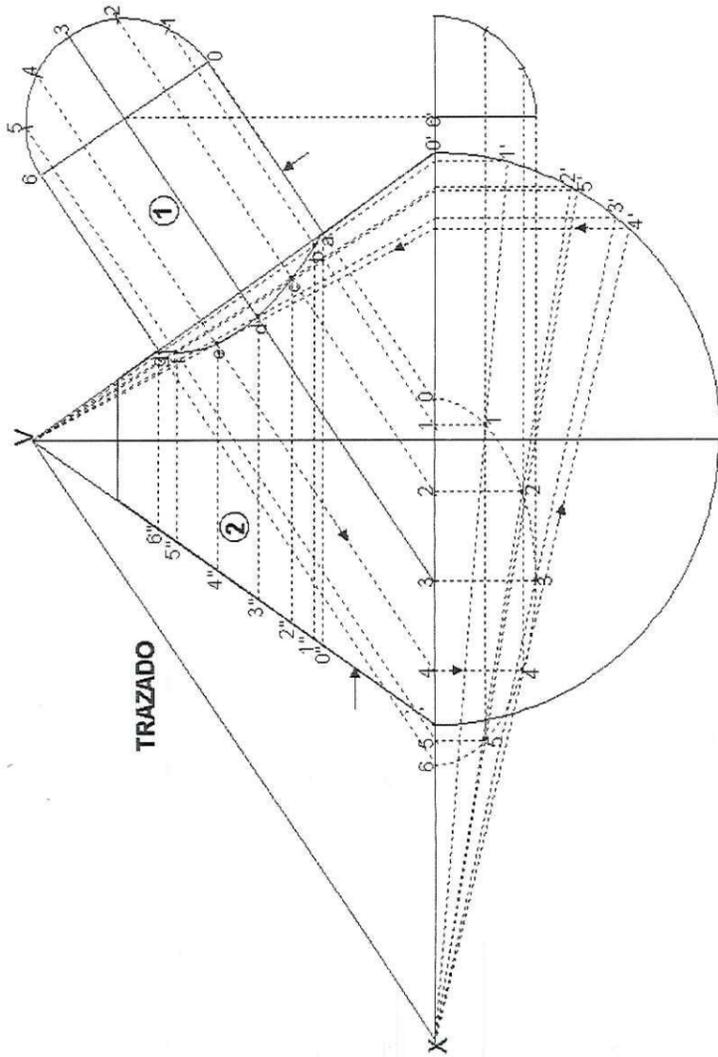


Figura 184. El trazado y desarrollos correspondientes

3. Para desarrollar el cilindro se procede como en los casos anteriores, calculando su desarrollo por el diámetro neutro.
4. Para desarrollar el cono, como los puntos obtenidos en la intersección no están en su verdadera magnitud, se proyectan perpendicularmente al eje hasta la generatriz extrema, obteniendo los puntos 0'', 1'', ..., 6'' que si estarán en su verdadera magnitud. Para determinar el agujero de la intersección en el cono, se trazan arcos de radio V-0'', V-1'', ..., V-6'' y, para los anchos, se llevan los arcos de la planta 0'-1', 0'-2', ..., 0'-5' sobre la base del desarrollo, y uniéndolos con el vértice V', nos darán los anchos del agujero al cortar a los arcos correspondientes, anteriormente trazados. El desarrollo del cono se hace por el diámetro neutro, como en casos anteriores.

#### 4.8.18 Trazado y desarrollo del enlace de cilindro con un cono de ejes oblicuos y cortando sus generatrices

1. Se trazan los dos cuerpos, tanto el cono como el cilindro por el diámetro neutro.
2. Para que este enlace se pueda realizar, es preciso que la circunferencia descrita desde el punto de intersección de los ejes de los dos cuerpos (O), sea tangente a las generatrices de ambos cuerpos, con el fin de que la elipse que se produce en la unión, sea la misma en el cono que en el cilindro.
3. Se traza una circunferencia en la base del cono y se divide en 6 partes iguales, proyectándolas hasta la base, paralelas al eje, y posteriormente se unen con el vértice V, donde en el corte al corte oblicuo (a, b, ..., g) se proyectan paralelas al eje del cilindro, con el fin de aprovechar los mismos puntos y determinar las generatrices del cilindro para el desarrollo.

4. Para hacer los desarrollos se procede como en casos anteriores, teniendo en cuenta que los puntos de intersección (a, b, ..., g) no están en su verdadera magnitud en el cono, por lo que se tendrán que llevar a las generatrices extremas, con perpendiculares al eje del cono, puntos 0', 1', ..., 6' y que ambos desarrollos se tienen que calcular por el diámetro neutro.

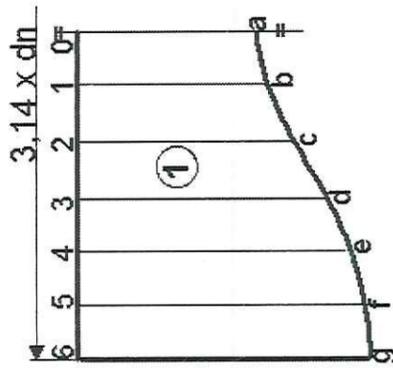
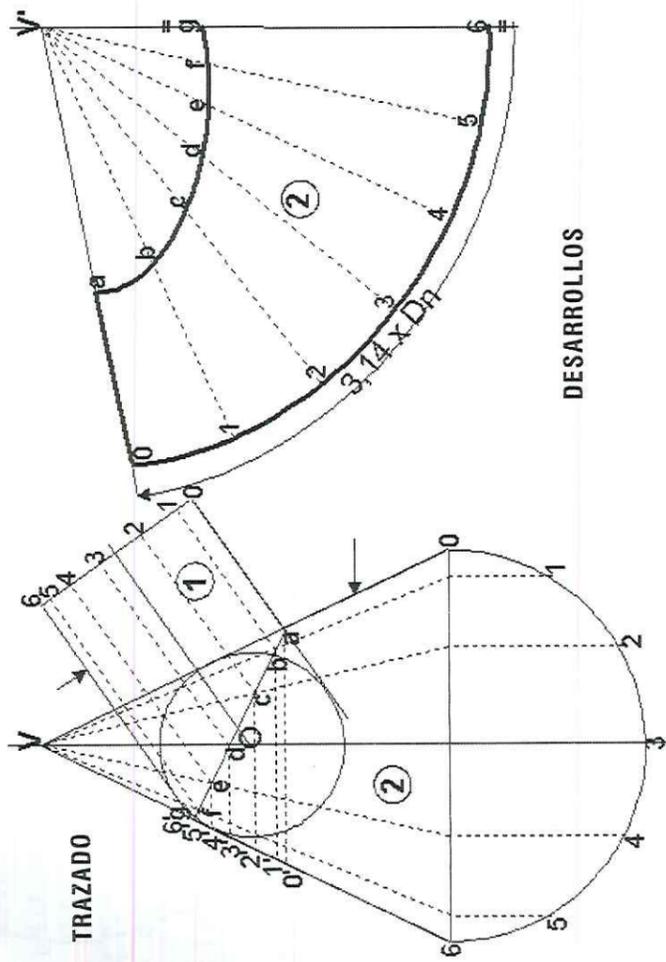


Figura 185. El trazado y desarrollos correspondientes

#### 4.8.19 Trazado y desarrollo del enlace de 2 cilindros de distinto diámetro y con ejes paralelos

1. Para trazar y desarrollar este caso, se procede como en el anterior, con la diferencia de que serán 2 las circunferencias tangentes a los cilindros y la pieza de enlace será un cono de revolución.
2. Para desarrollar el cono trazamos una perpendicular al eje en cualquier lugar y nos dará una circunferencia de diámetro (d) sobre la que basaremos el trazado y el desarrollo.

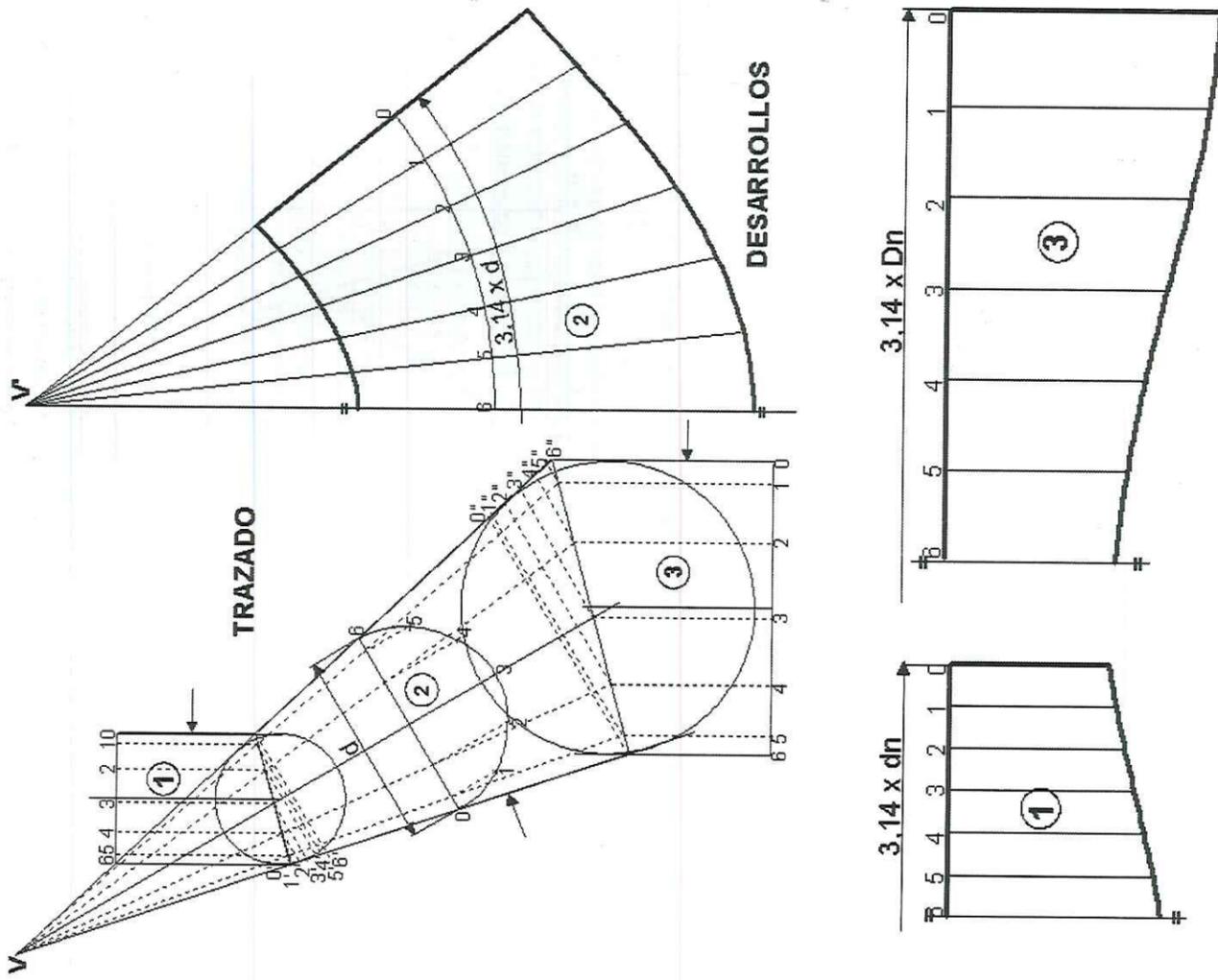


Figura 186. El trazado y desarrollos correspondientes

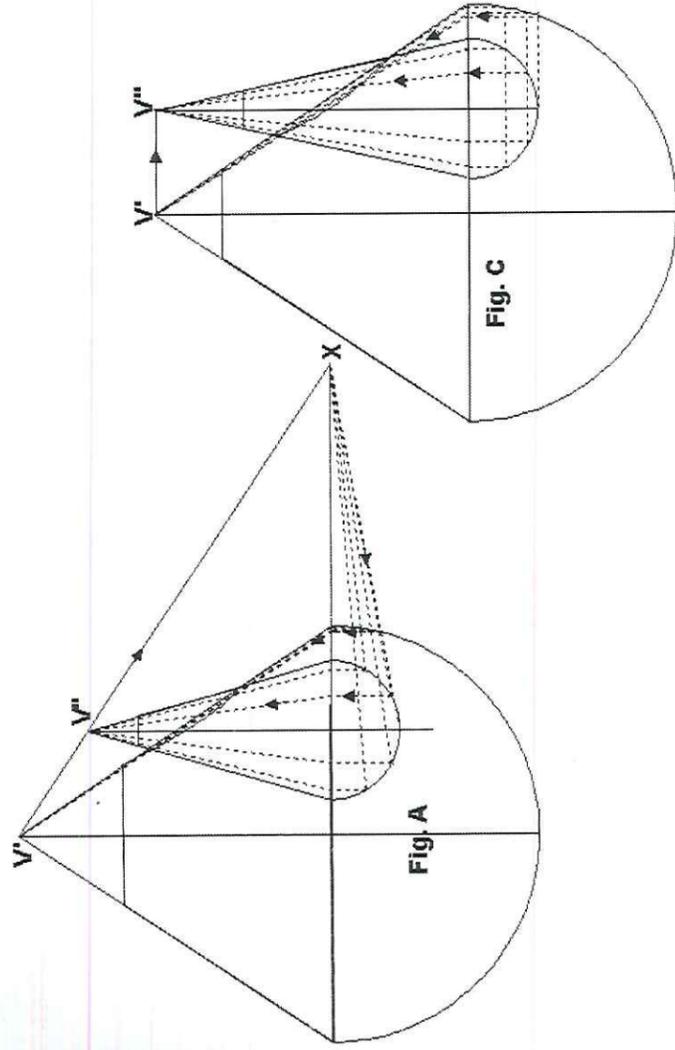
#### 4.8.20 Trazado y desarrollo de la intersección de un cono con otro cono de ejes paralelos

En esta intersección se pueden presentar tres casos que se resuelven del mismo modo, solamente se diferencian en la forma de hallar los puntos de intersección.

En el caso de la figura A (vértice V' por encima del V'') y figura B (vértice V' por debajo del V''), se unen ambos vértices para hallar el punto X, que se unirá con las divisiones de la circunferencia del cono que injerta para determinar los puntos de intersección.

En el caso de la figura C (vértice  $V'$  a la misma altura que el vértice  $V''$ ), al unir ambos vértices tendremos una paralela a la base del cono injertado, por lo que la unión de los puntos de la circunferencia del cono injertado, para hallar los puntos de intersección, serán paralelas a la base del cono injertado.

Seguidamente explicaremos el caso de la figura B con su trazado y desarrollos correspondientes.



2. Se trazan semicircunferencias en las bases de los conos y la del cono (1) se divide en 6 partes iguales (puntos 0, 1, ..., 6) para trazar las generatrices de dicho cono.
3. Para hallar los puntos de intersección (a, b, ..., g), se unen ambos vértices con una línea y se prolonga hasta cortar a la prolongación de la base del cono (2) en el punto X, el cual se une con los puntos de división del cono (1), puntos 0, 1, ..., 6, y se prolongan hasta cortar a la circunferencia del cono (2), obteniendo los puntos 0', 1', ..., 6', los cuales se proyectarán a la base del cono (2) para luego unirlos con el vértice  $V'$ . Donde corten estas generatrices a las correspondientes del cono (1), obtendremos los puntos de intersección (a, b, ..., g).

El proceso del trazado indicado con flechas para el punto 4, se repite con el resto de los puntos para obtener los puntos de intersección a, b, c, d, e, f y g.

4. Para desarrollar ambos conos, se calculan por el diámetro neutro y como los puntos (a, b, ..., g), obtenidos anteriormente, no están en su verdadera magnitud, se proyectarán perpendicularmente a los ejes de los conos hasta cortar a las generatrices extremas, obteniendo los puntos (a', b', ..., g') en su verdadera magnitud para el cono (1) y los puntos (a'', b'', ..., g'') para el cono (2).
5. Para determinar los anchos del agujero de la intersección en el cono (2), se toman los arcos 0'-1', 0'-2', ..., 0'-5', que se llevarán sobre el arco del desarrollo, que unidos con el vértice del desarrollo nos determinará el agujero de la intersección al cortar a los arcos trazados con centro en  $V'$  y radios  $V'a''$ ,  $V'b''$ , ...,  $V'f''$ .

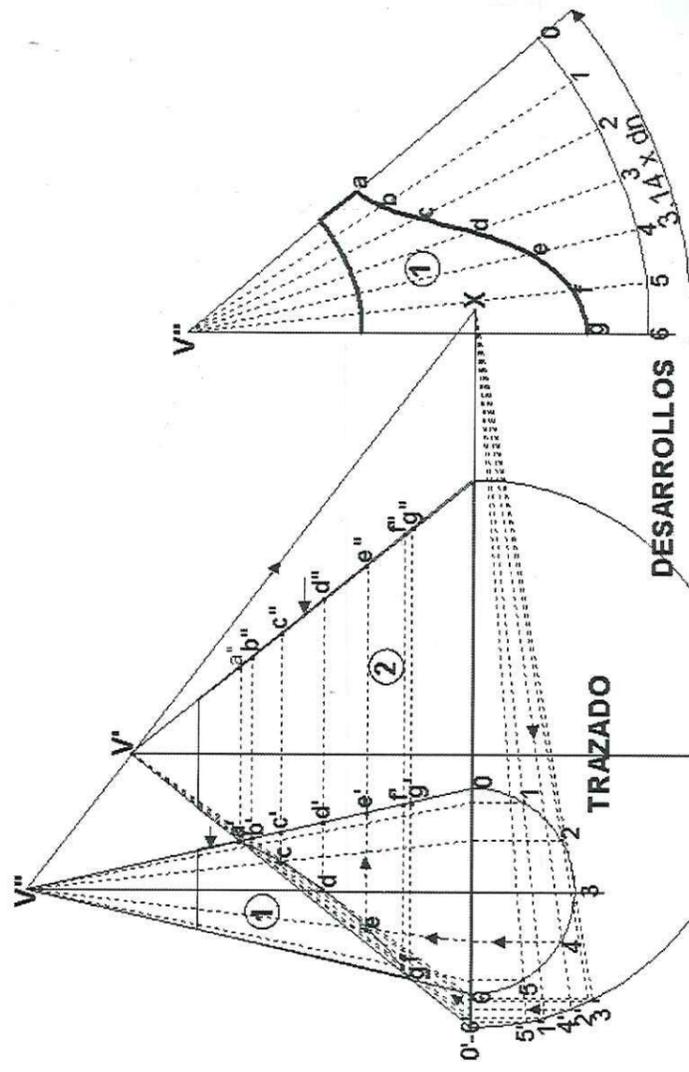


Figura 187. Casos A, B y C

Procedimiento del trazado y desarrollo del caso B:

1. Se trazan los dos cuerpos, teniendo en cuenta que el cono que injerta (1) se hará por el diámetro interior y el cono injertado (2) por el exterior.

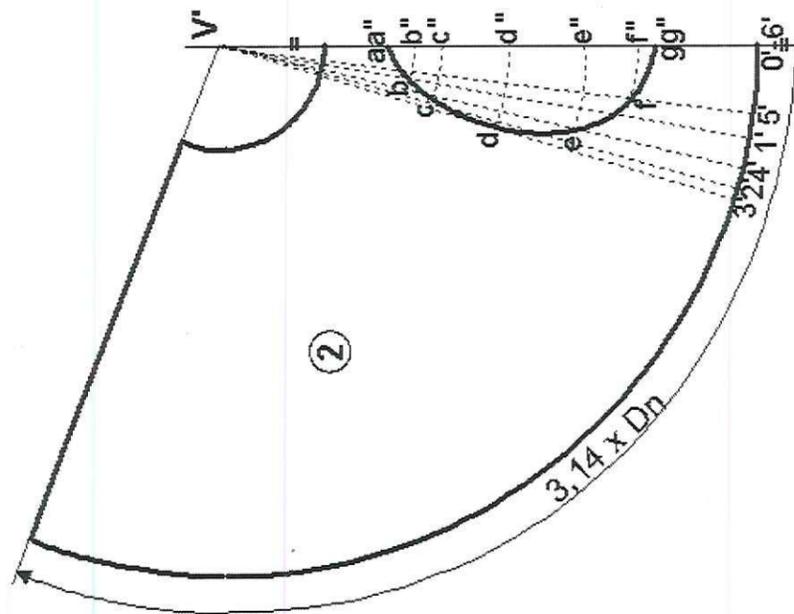


Figura 188. El trazado y desarrollos correspondientes

#### 4.8.21 Trazado y desarrollo de la intersección de un cono con otro cono de ejes perpendiculares

1. Se trazan los dos cuerpos teniendo en cuenta que el cono que injerta (1) se hará por el diámetro interior y el cono injertado (2) por el exterior.
2. Se trazan semicircunferencias en las bases de los conos y la del cono (1) se divide en 6 partes iguales (puntos 0, 1, ..., 6) para trazar las generatrices de dicho cono.
3. Para hallar los puntos de intersección (a, b, ..., g), se unen los puntos 0, 1, ..., 6 con el vértice V' y se prolongan hasta cortar a la base del cono (2), con centro en el punto O se abaten 90° y luego se unen con el punto X, obteniendo los puntos 0', 1', ..., 6', que se proyectarán a la base del cono (2) en el alzado y uniéndolos con V' nos darán las generatrices que cortarán a las correspondientes del cono (1), obteniendo los puntos de intersección (a, b, ..., g).
4. Para desarrollar ambos conos, se calculan por el diámetro neutro y como los puntos (a, b, ..., g), obtenidos anteriormente, no están en su verdadera magnitud, se proyectarán perpendicularmente a los ejes de los conos hasta cortar a las generatrices extremas, obteniendo los puntos (a', b', ..., g') en su verdadera magnitud para el cono (1) y los puntos (a'', b'', ..., g'') para el cono (2).

El proceso del trazado indicado con flechas para el punto 4, se repite con el resto de los puntos para obtener los puntos de intersección a, b, c, d, e, f y g.

5. Para determinar los anchos del agujero de la intersección en el cono (2), se toman los arcos 0'-1', 0'-2', ..., 0'-5' de la planta, que se llevarán sobre el arco del desarrollo, que unidos con el vértice del desarrollo nos determinará el agujero de la intersección al cortar a los arcos trazados con centro en V' y radios V'-b'', V'-c'', ..., V'-f''.

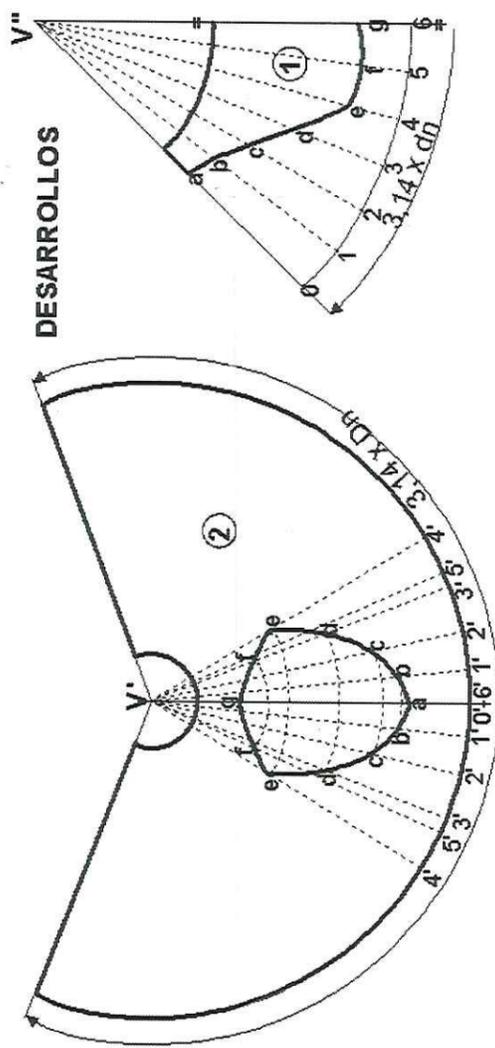
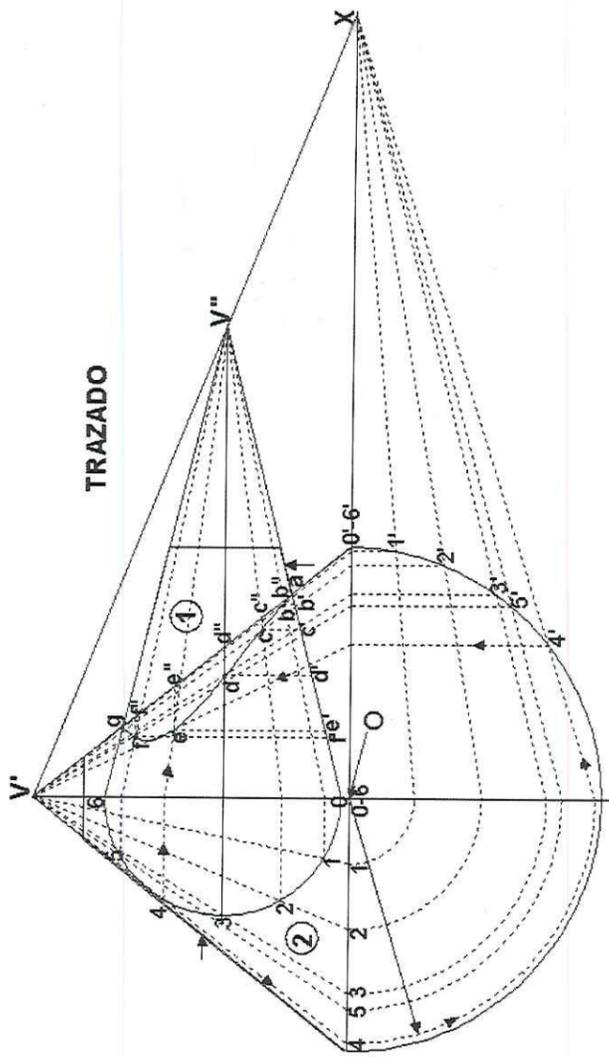
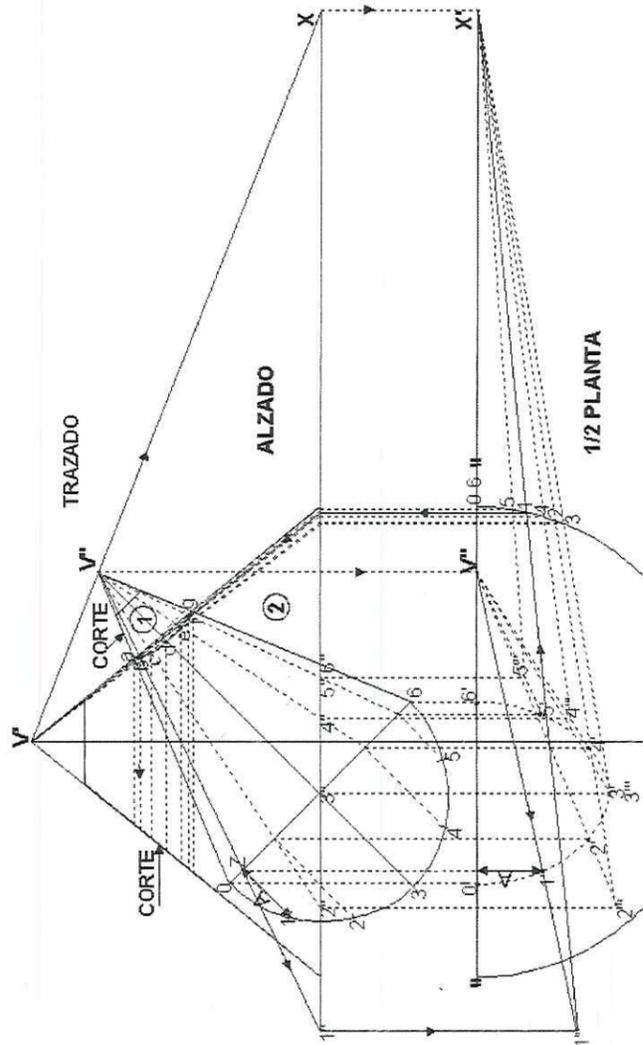


Figura 189. El trazado y desarrollos correspondientes

### 4.8.22 Trazado y desarrollo de la intersección de un cono con otro cono y con los ejes oblicuos

1. Se trazan los dos cuerpos, teniendo en cuenta que el cono que injerta (1) se hará por el diámetro interior y el cono injertado (2) por el exterior.
2. Se trazan semicircunferencia en las bases de los conos y el cono (1) se divide en 6 partes iguales (puntos 0, 1, ..., 6) para trazar las generatrices de dicho cono.
3. Para hallar los puntos de intersección (a, b, ..., g) se procede con todos ellos como se indica con flechas y se explica para el punto 1:
  - a) Se proyecta el punto Z paralelo al eje del cono (2) y se lleva a la planta la distancia A, obteniendo el punto 1'.
  - b) Se prolonga la generatriz V''-Z hasta cortar a la base del cono, obteniendo el punto 1'', que se proyecta paralelo al eje hasta la planta.
  - c) Uniendo el punto V'', de la planta, con el 1', al prolongarlo cortará a la proyección anterior en el punto 1''', y uniendo este punto con el X', obtendremos el punto 1 al cortar a la circunferencia de la base en planta.
  - d) Este punto se proyecta al alzado, y uniéndolo con el vértice V' tendremos la generatriz del cono (2), que al cortar a la generatriz correspondiente del cono (1) nos determinará el punto (b) de la intersección.



El proceso del trazado indicado con flechas para el punto 1, se repite con el resto de los puntos para obtener los puntos de intersección a, b, c, d, e, f y g.

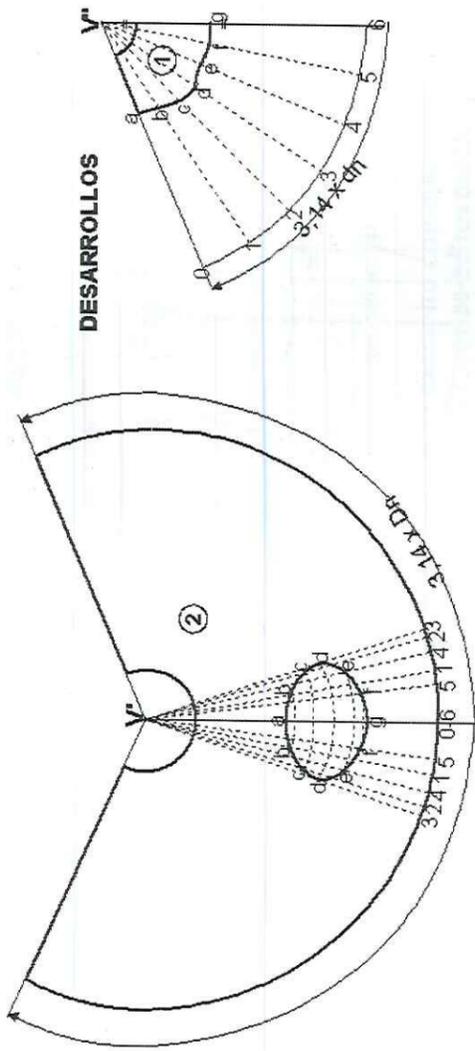


Figura 190. El trazado y desarrollos correspondientes

4. Para desarrollar ambos conos, se calculan por el diámetro neutro y como los puntos (a, b, ..., g), obtenidos anteriormente, no están en su verdadera magnitud, se proyectarán perpendicularmente a los ejes de cada cono hasta cortar a las generatrices extremas, y para determinar la abertura del agujero en la intersección se toman los arcos 0-1, 0-2, ..., 0-5 y se procede como en los casos anteriores.

### 4.9 Bifurcaciones

En algunas ocasiones se necesita bifurcar una tubería en otras dos de distinto diámetro o del mismo diámetro, cuyos ejes sean paralelos o perpendiculares, lo cual se puede lograr intercalando piezas que pueden resultar de las siguientes formas:

- a) Pantalones formados por conos de revolución (figura a).
- b) Pantalones formados por conos oblicuos (figura b).

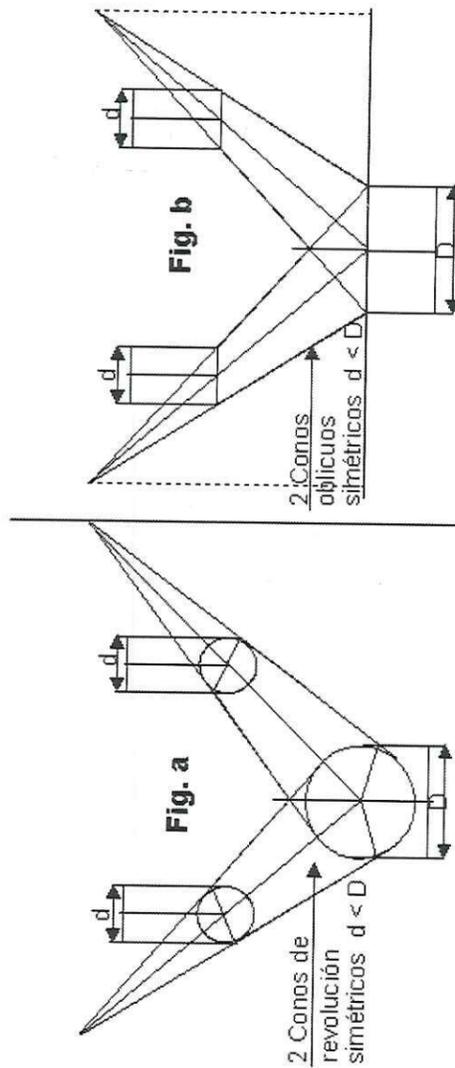


Figura 191. Las distintas bifurcaciones

c) Codos de 90° formados por gajos (figura c).

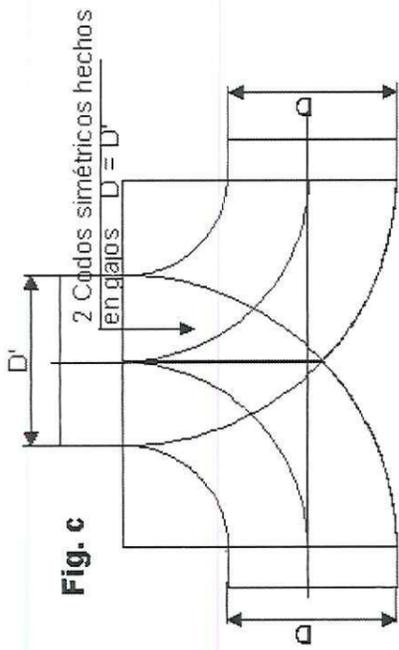


Figura 192. Una bifurcación formando dos codos

**4.9.1 Bifurcación de una tubería en dos de menor diámetro y ejes paralelos (pantalón formado por dos conos de revolución)**

1. Se trazan los tres cuerpos por el diámetro neutro y las generatrices de los cilindros y conos tienen que ser tangentes a las circunferencias correspondientes de los cilindros, obteniendo por su intersección los cortes oblicuos de los cilindros y conos.
2. Una vez trazada la unión de los cilindros mediante los conos de revolución, se procede a trazar y desarrollar igual que en el caso explicado en el apartado 4.8.19, dado que se trata del mismo caso con un corte más de la unión de los 2 conos en el eje.

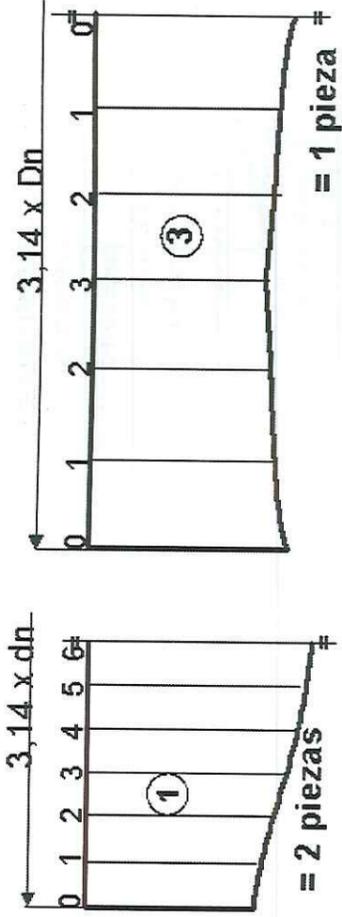
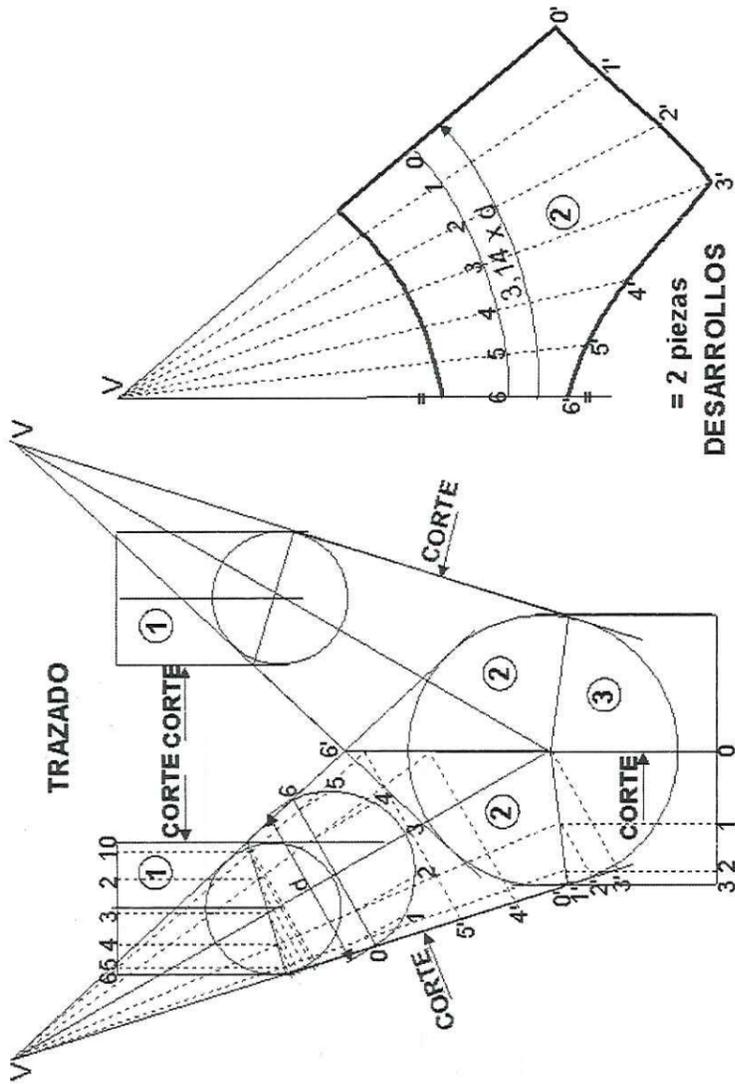
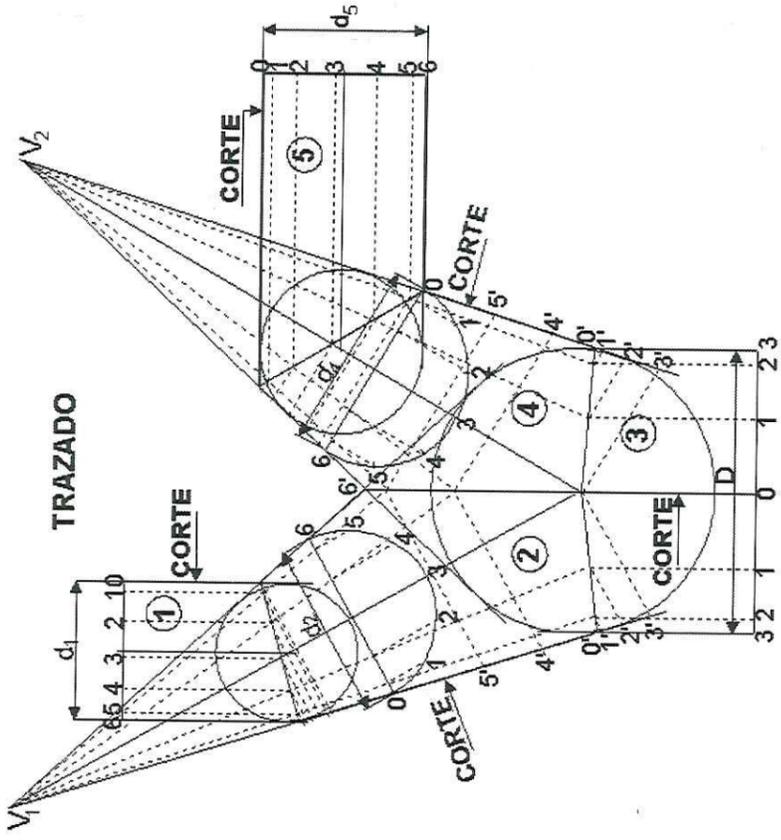


Figura 193. El trazado y los desarrollos correspondientes

**4.9.1.1 Bifurcación de una tubería en dos de menor diámetro con ejes paralelos y perpendiculares (pantalón formado por dos conos de revolución)**

1. Se trazan todos los cuerpos por el diámetro neutro y las generatrices de los cilindros y conos tienen que ser tangentes a las circunferencias correspondientes de los cilindros de diámetros  $d_1$ ,  $d_2$  y  $D$ , obteniendo por su intersección los cortes oblicuos de los cilindros y conos.
2. Una vez trazada la unión de los cilindros mediante los conos de revolución, se procede a trazar y desarrollar igual que en el caso explicado en el apartado 4.9.1, dado que se trata del mismo caso con los ejes dispuestos de otro modo:
  - a) Los cilindros 1, 3 y 5 se desarrollan como cualquier cilindro truncado, teniendo en cuenta por donde se produjo el corte para la soldadura (se numerará partiendo del 0 desde dicho corte).



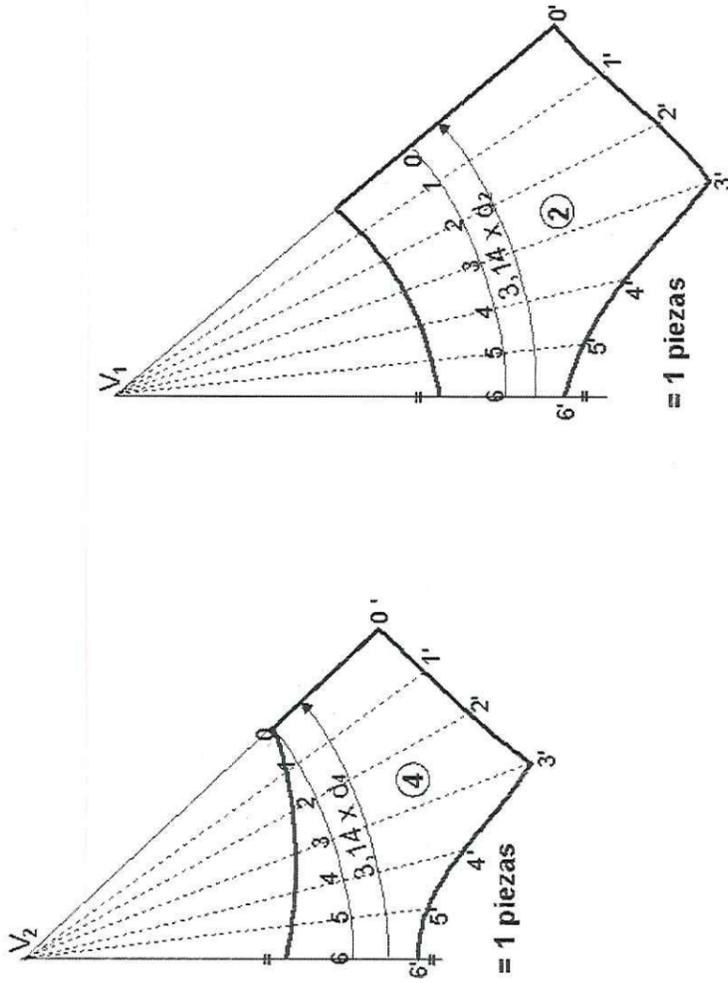
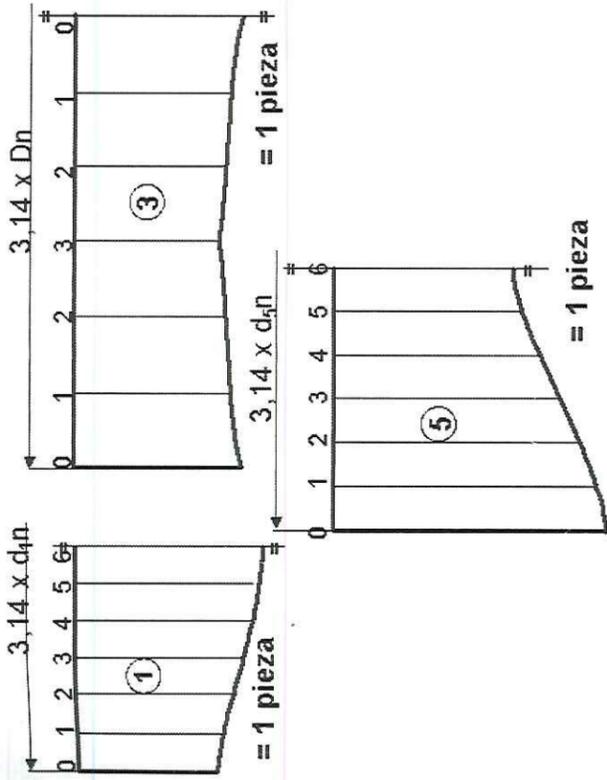


Figura 194. El trazado y los desarrollos correspondientes

b) Los conos de revolución 2 y 4 se desarrollan como cualquier cono de revolución, basándose en las circunferencias de diámetros  $d_2$  y  $d_4$  trazadas en cualquier lugar perpendicularmente a los ejes de dichos conos, teniendo en cuenta por donde se produjo el corte para la soldadura (se numerará partiendo del 0 desde dicho corte).

#### 4.9.2 Bifurcación de una tubería en dos de menor diámetro y ejes paralelos (pantalón formado por dos conos oblicuos)

1. Se traza según las medidas del croquis por los diámetros neutros y con la unión de las bocas de los cilindros nos resultarán 2 conos oblicuos, de bocas circulares, unidos por el eje que se denomina pantalones y que sirven para hacer bifurcaciones de tuberías.
2. Se prolongan las generatrices del cono para hallar el vértice (V).
3. Para el resto del proceso se procederá como se explicó en el caso del cono oblicuo con corte oblicuo (apartado 4.7.3).
4. Hay que tener en cuenta que al ser 2 conos simétricos, se construirán 2 piezas iguales con la misma plantilla.

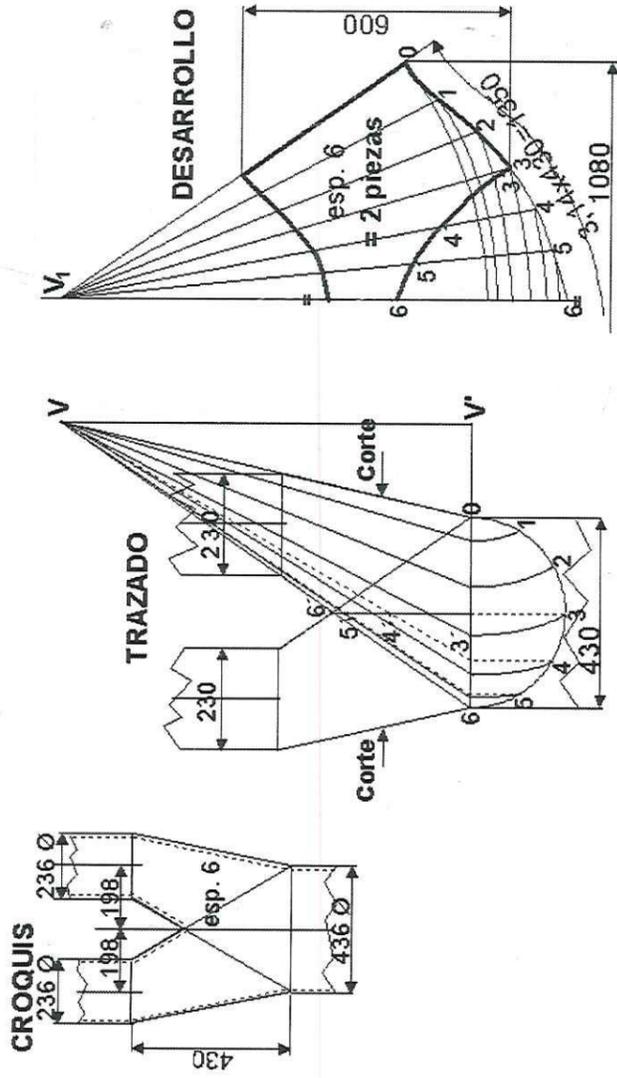


Figura 195. El croquis, el trazado y el desarrollo

#### 4.9.2.1 Bifurcación de una tubería en dos de menor diámetro y ejes bocas oblicuas (pantalón formado por dos conos oblicuos)

1. Para que este caso sea desarrollable es preciso que las tres bocas estén inscritas en una misma circunferencia, de este modo dichas bocas serán circulares y de diámetros (d) y (D).
2. Se traza según las medidas del croquis por los diámetros neutros y con la unión de las bocas de los cilindros nos resultarán 2 conos oblicuos de bocas circulares y unidos por el eje que se denomina pantalones y que sirven para hacer bifurcaciones de tuberías.
3. Se prolongan las generatrices de los conos para hallar los vértices (V).
4. Para el resto del proceso se procederá como se explicó en el caso del cono oblicuo con corte oblicuo (apartado 4.7.3) y bifurcación de tuberías (apartado 4.9.2).
5. Hay que tener en cuenta que al ser 2 conos simétricos, se construirán 2 piezas iguales con la misma plantilla.
6. Finalmente conviene comprobar los desarrollos de las bocas ( $3,14 \times dn$ ) y ( $3,14 \times Dn$ ).

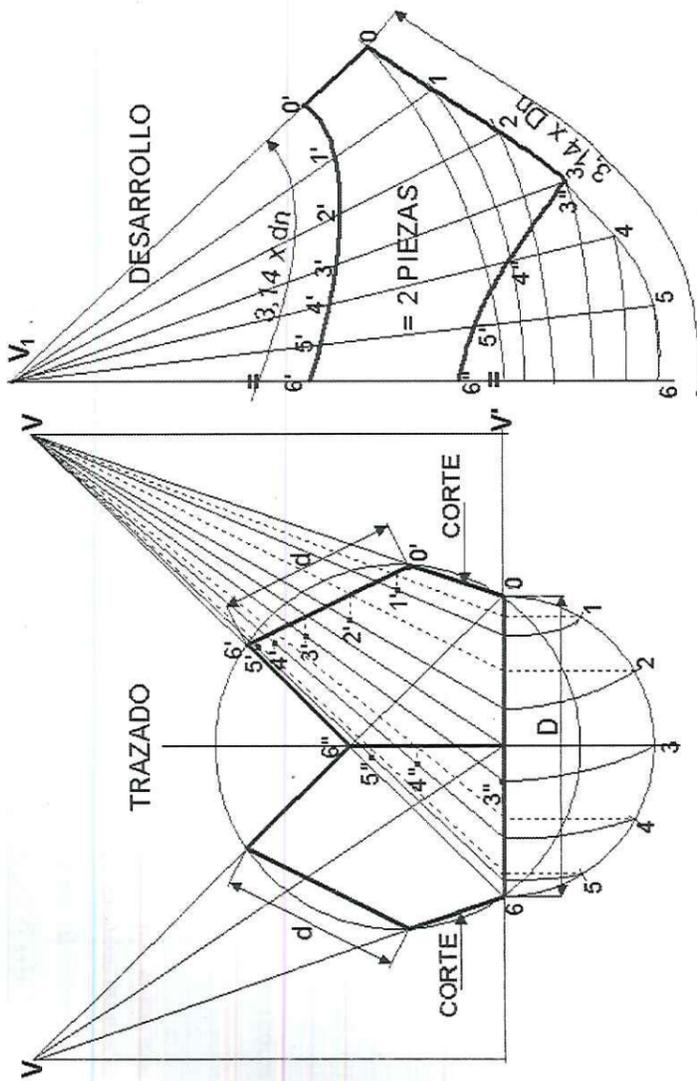


Figura 196. El trazado y los desarrollos correspondientes

#### 4.9.3 Bifurcación de una tubería en dos de igual diámetro y ejes perpendiculares (codos de 90° formados por gajos)

1. Se trazan los dos codos como hemos visto anteriormente, en el apartado 4.5.2.
2. Se desarrollan los gajos, teniendo en cuenta que los cortes no coinciden en la misma generatriz y que los gajos salgan enteros.

#### Trazado por el neutro

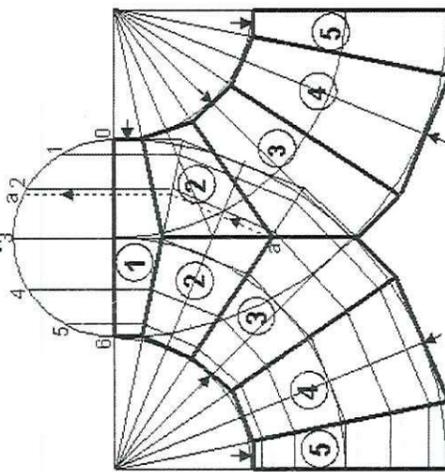


Fig. A

Figura 197. El trazado por el neutro

Cuando los codos son comerciales, se hace el trazado de la figura A para determinar la forma del corte en ambos codos.

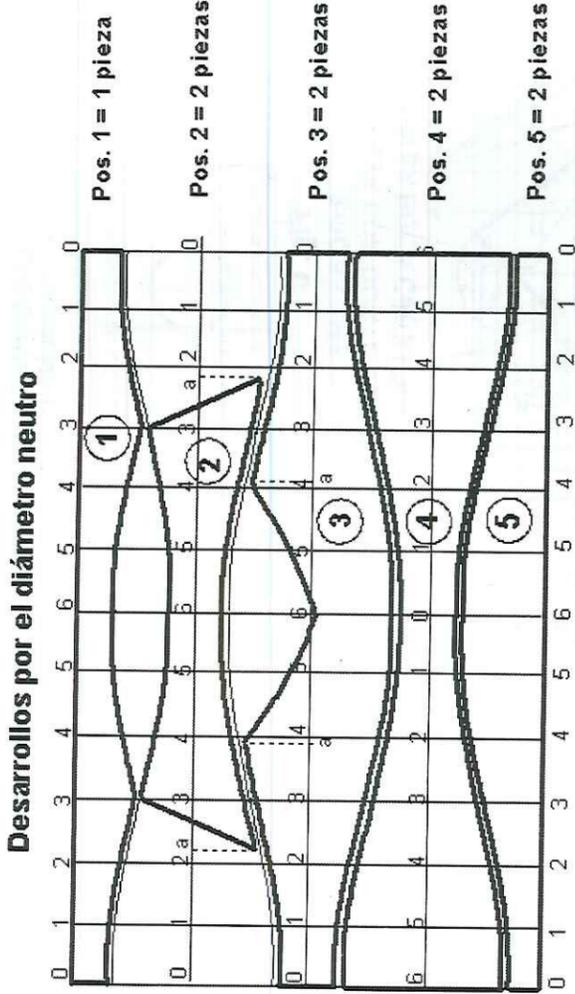


Figura 198. Los desarrollos por el diámetro neutro

### 4.10 Cuerpos especiales (tolvas)

Para el trazado y desarrollo de las tolvas se han de tener en cuenta los siguientes criterios:

- El desarrollo de la tolva se realiza siempre en dos mitades, con el fin de aprovechar al máximo el material y facilitar el cerrado de la misma a la hora de su conformación.
- El trazado y desarrollo de la boca circular se hace siempre por el diámetro neutro.
- El trazado y desarrollo de la parte prismática (boca cuadrada, rectangular o triangular) se hace por la parte interior, puesto que al doblar esta parte irá plegada.
- Las tolvas pueden ser de diversas formas, según los tubos que pretendamos empalmar, pero todas ellas se trazan y desarrollan por el mismo sistema, denominado sistema de triangulación.
- En todas las tolvas que tengan las bocas paralelas, se dispondrá de una sola altura (h) para obtener las generatrices en verdadera magnitud, según figura A, pero cuando tenga un corte oblicuo se dispondrá de 2 o varias alturas, según figuras B y E.
- Cuando las tolvas tengan las bocas descentradas, el sistema de trazado y desarrollo es el mismo, solamente tendremos que obtener un mayor número de generatrices en su verdadera magnitud, figuras C, D, F y G.

A modo de ejemplo representaremos a continuación algunos casos que más adelante explicaremos.

#### TOLVA DE BOCA CIRCULAR Y CUADRADA, SIENDO $\phi < \square$

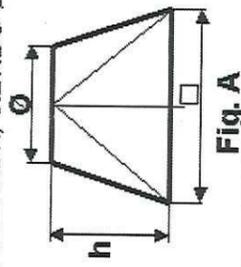


Fig. A

#### TOLVA CON CORTE OBLICUO EN LA BOCA PRISMÁTICA

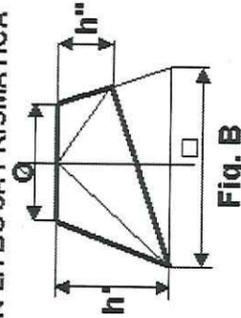


Fig. B

TOLVA CON LAS BOCAS DESCENTRADAS EN UN EJE VISTA EN PLANTA

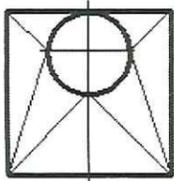


Fig. C

TOLVA CON LAS BOCAS DESCENTRADAS EN 2 EJES VISTA EN PLANTA

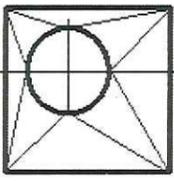


Fig. D

TOLVA CON CORTE OBLICUO EN LA BOCA CIRCULAR

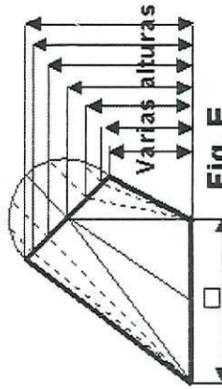


Fig. E

TOLVA CON LAS BOCAS DESCENTRADAS TANGENTES VISTA EN PLANTA

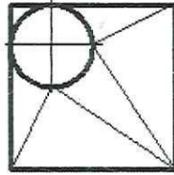


Fig. G

TOLVA CON LOS EJES DE LAS BOCAS DESCENTRADAS

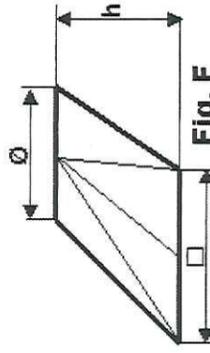


Fig. F

TOLVA CON BOCA CIRCULAR Y ELIPTICA VISTA EN PLANTA

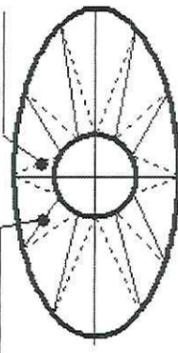


Figura 199. Algunos ejemplos de tolvas

4.10.1 Tolva de boca circular y cuadrada centrada ( $\theta < \square$ )

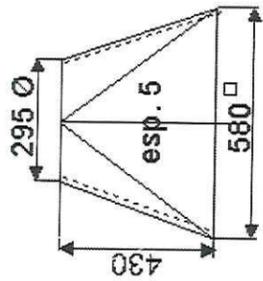
1. Se traza el alzado y la planta con las medidas del croquis, la boca circular por el neutro y la cuadrada por el interior.
2. Se divide la semicircunferencia en 6 partes iguales (puntos 0, 1, 2 y 3) y se unen con las esquinas de la boca cuadrada (puntos B y C); estas generatrices no están en su verdadera magnitud ni en la planta ni en el alzado, por lo que es preciso hallarlas.
3. Se hallan en su verdadera magnitud las generatrices trazando triángulos, cuya altura es la de la tolva (h) y las bases son las generatrices vistas en planta (O-A, O-B, 1-B, 2-B y 3-B), las hipotenusas de estos triángulos son las generatrices en su verdadera magnitud.

Es conveniente comprobar el desarrollo del arco 0'-3'-0', que tiene que corresponderse con el desarrollo de media circunferencia ( $3,14 \times dn / 2$ ).

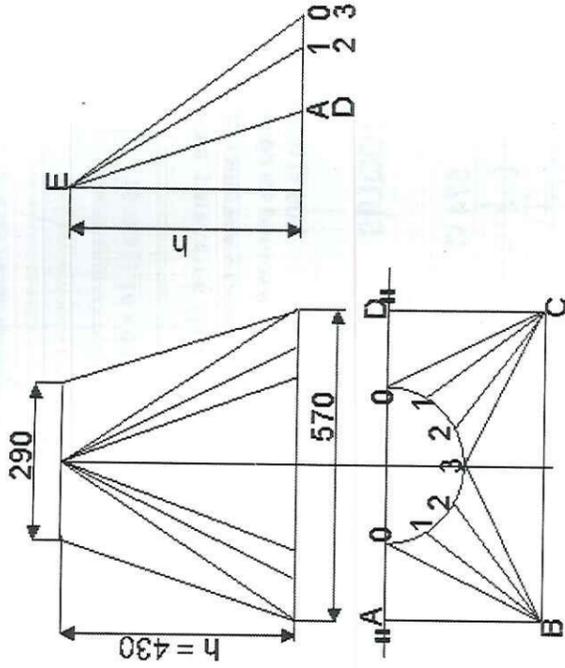
4. Para desarrollar, se traza la línea base (B'-C') y haciendo centro en estos puntos y con radio igual a (E-3), generatriz en su verdadera magnitud, se trazan arcos que se corten entre sí, obteniendo el punto (3'), haciendo centro en B' y C', con radio igual a (E-2) se trazan arcos que se cortarán posteriormente con el desarrollo de una división (3,14 x dn / 12), llevado con centro en (3'), obteniendo de este modo los puntos (2') y, así sucesivamente, hasta obtener los puntos (0').

5. Finalmente, para cerrar el desarrollo, se trazan arcos que se cortaran entre sí en (A') y (D'), unos con radio B-A y C-D con centro en B' y C' y otros con radio E-A y E-D con centros en O', obteniendo los puntos A' y D', en los que los catetos de los triángulos formados han de estar a escuadra (a 90°).

CROQUIS



TRAZADOS



DESARROLLO CONSTRUIR 2 PIEZAS

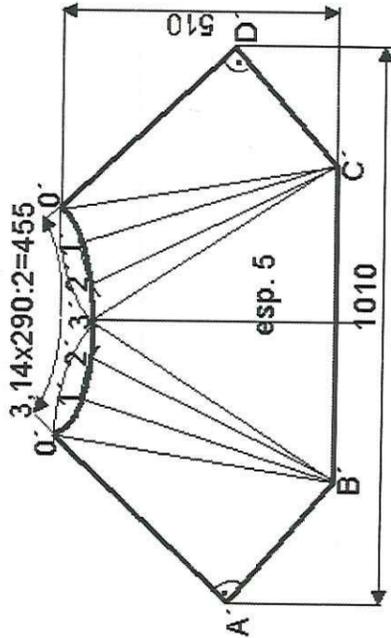


Figura 200. El croquis, los trazados y el desarrollo

4.10.2 Tolva de boca circular y cuadrada centrada ( $\theta = \square$ )

1. Se traza el alzado y la planta con las medidas del croquis, la boca circular por el neutro y la cuadrada por el interior.

2. Se divide la semicircunferencia en 6 partes iguales (puntos 0, 1, 2 y 3) y se unen con las esquinas de la boca cuadrada (puntos B y C); estas generatrices no están en su verdadera magnitud ni en la planta, ni en el alzado, por lo que es preciso hallarlas.

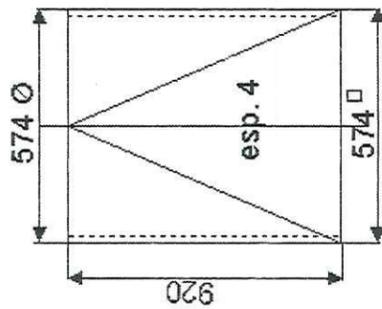
3. Se hallan en su verdadera magnitud las generatrices trazando triángulos, cuya altura es la de la tolva (h) y las bases son las generatrices vistas en planta (0-B, 1-B, 2-B y 3-B), las hipotenusas de estos triángulos son las generatrices en su verdadera magnitud.

4. Para desarrollar, se traza la línea base (B'-C') y haciendo centro en estos puntos y con radio igual a (E-3), generatriz en verdadera magnitud, se trazan arcos que se corten entre sí, obteniendo el punto (3'), haciendo centro en B' y C', con radio igual a (E-2) se trazan arcos que se cortarán posteriormente con el desarrollo de una división (3,14 x dn / 12), llevado con centro en (3'), obteniendo de este modo los puntos (2') y, así sucesivamente, hasta obtener los puntos (0').

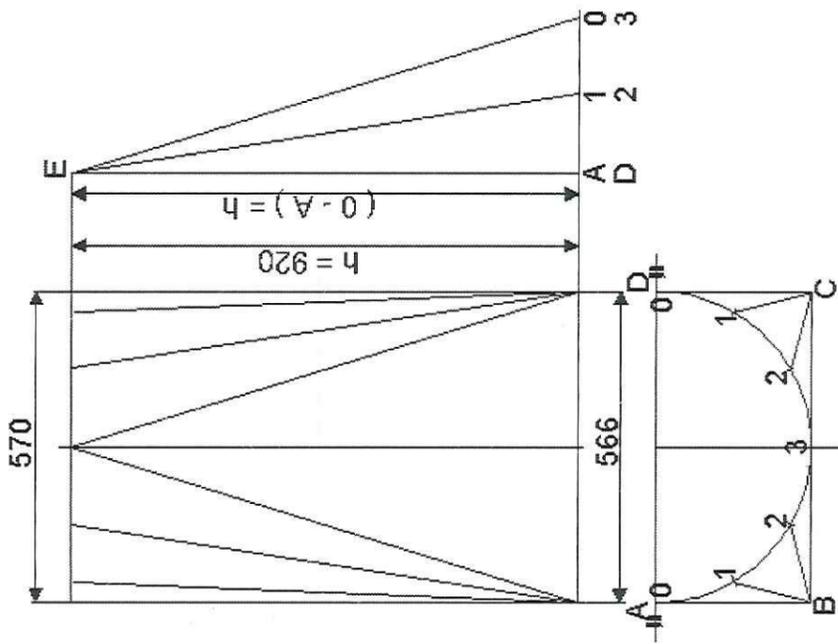
Es conveniente comprobar el desarrollo del arco 0'-3'-0', que tiene que corresponderse con el desarrollo de media circunferencia (3,14 x dn / 2).

5. Finalmente, para cerrar el desarrollo, se trazan arcos que se cortan entre sí en (A') y (D'), unos con radio B-A y C-D con centro en B' y C' y otros con radio E-A y E-D con centro en 0', obteniendo los puntos A' y D', en los que los catetos de los triángulos formados han de estar a escuadra (a 90°).

**CROQUIS**



**TRAZADOS**



**DESARROLLO  
CONSTRUIR 2 PIEZAS**

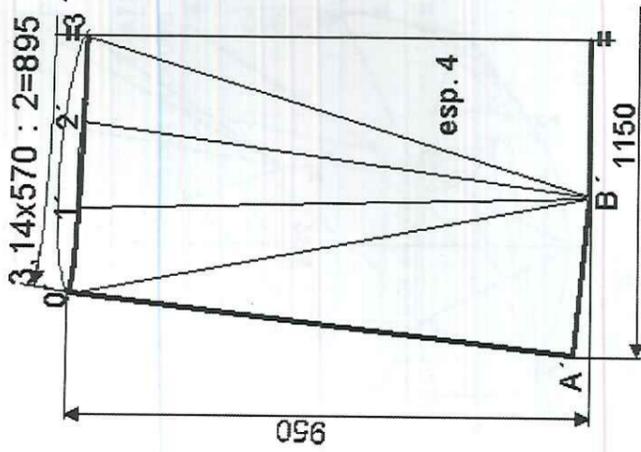


Figura 201. El croquis, los trazados y el desarrollo

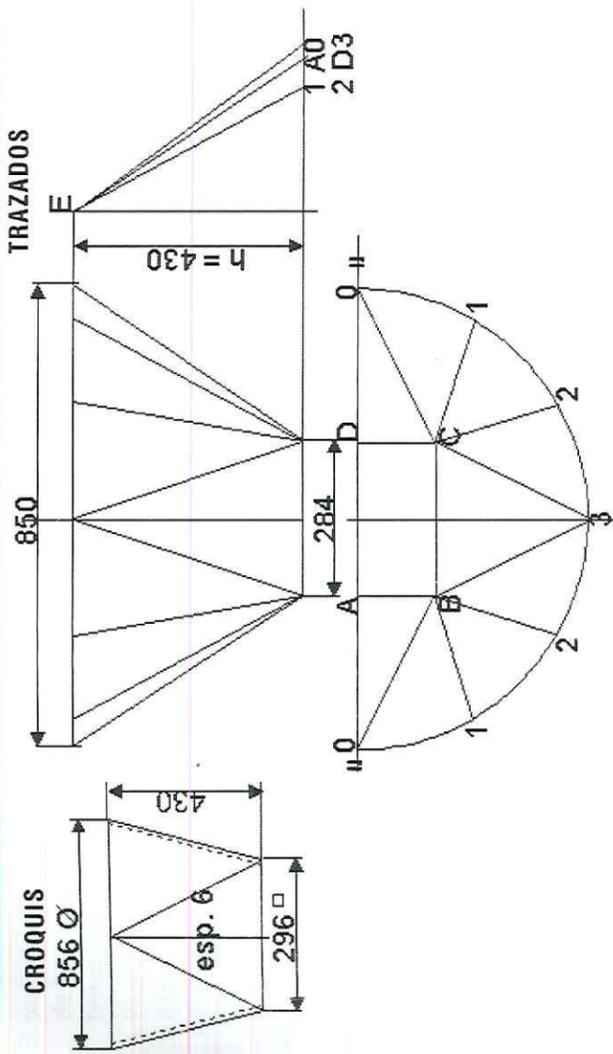
**4.10.3 Tolva de boca circular y cuadrada centrada (ø > □)**

1. Se traza el alzado y la planta con las medidas del croquis, la boca circular por el neutro y la cuadrada por el interior.
2. Se divide la semicircunferencia en 6 partes iguales (puntos 0, 1, 2 y 3) y se unen con las esquinas de la boca cuadrada (puntos B y C); estas generatrices no están en su verdadera magnitud ni en la planta, ni en el alzado, por lo que es preciso hallarlas.
3. Se hallan en su verdadera magnitud las generatrices trazando triángulos, cuya altura es la de la tolva (h) y las bases son las generatrices vistas en planta (0-B, 1-B, 2-B y 3-B), las hipotenusas de estos triángulos son las generatrices en su verdadera magnitud.
4. Para desarrollar, se traza la línea base (B'-C') y haciendo centro en estos puntos y con radio igual a (E-3), generatriz en su verdadera magnitud, se trazan arcos que se corten entre sí, obteniendo el punto (3'), haciendo centro en B' y C', con radio igual a (E-2) se trazan arcos que se cortarán posteriormente con el desarrollo de una división (3,14 x dh / 12), llevado con centro en (3'), obteniendo de este modo los puntos (2') y, así sucesivamente, hasta obtener los puntos (0').

Es conveniente comprobar el desarrollo del arco 0'-3'-0', que tiene que corresponderse con el desarrollo de media circunferencia (3,14 x dn / 2).

5. Finalmente, para cerrar el desarrollo, se trazan arcos que se cortan entre sí en (A') y (D'), unos con radio B-A y C-D con centro en B' y C' y otros con radio E-A y E-D y centro en 0',

obteniendo los puntos A' y D', en los que los catetos de los triángulos formados han de estar a escuadra (a 90°).



DESARROLLO  
CONSTRUIR 2 PIEZAS

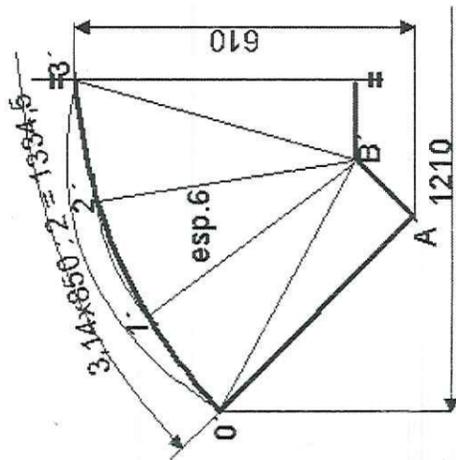


Figura 202. El croquis, los trazados y el desarrollo

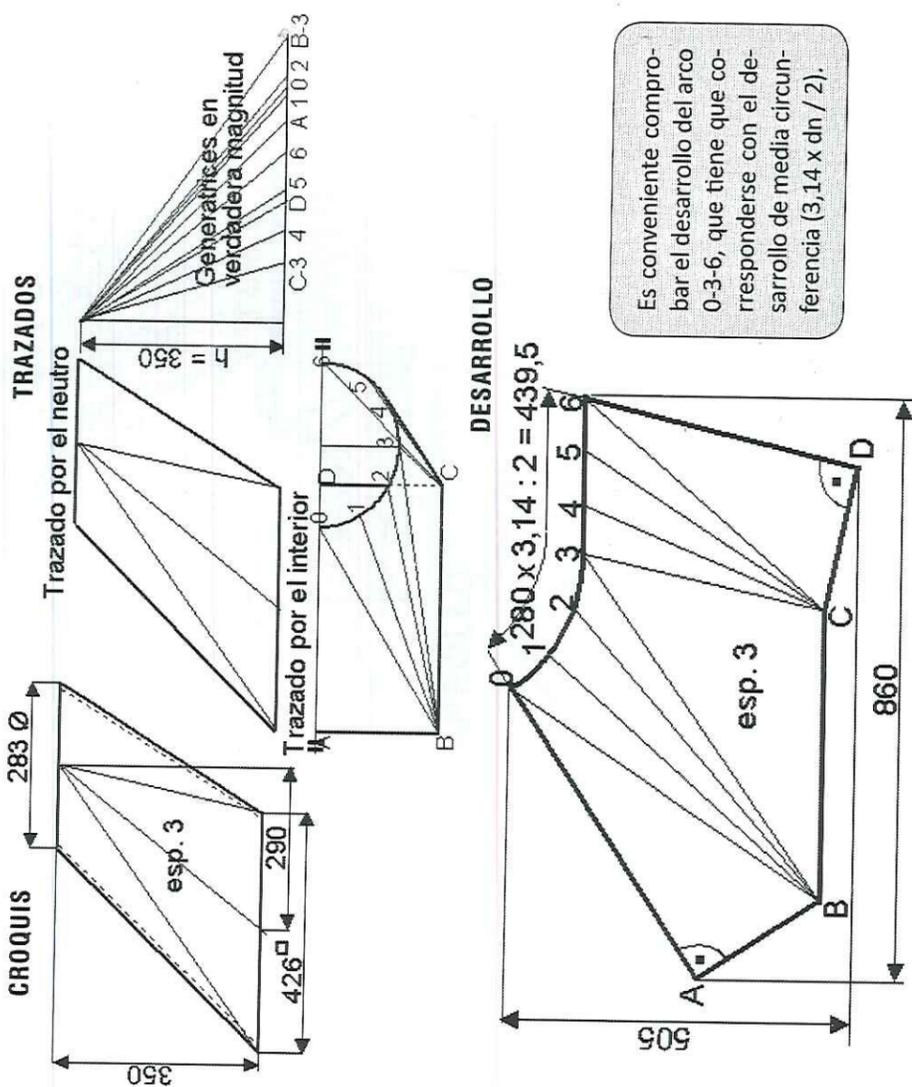
#### 4.10.4 Tolva de boca circular y cuadrada descentrada con eje oblicuo ( $\phi < \square$ )

El proceso de trazado y desarrollo es igual que en las tolvas ( $\phi < \square$ ), ( $\phi = \square$ ) y ( $\phi > \square$ ), apartados 4.10.1, 4.10.2 y 4.10.3, solamente que en este caso, al no ser la tolva simétrica a los dos ejes, hay que hallar la verdadera magnitud de las 6 generatrices y las 0-A y 6-D.

La base del triángulo se toma desde B para las generatrices 0, 1, 2, 3 y desde C para las generatrices 3, 4, 5 y 6.

Para el cálculo del desarrollo, en su verdadera magnitud, de una división de la circunferencia, se procede del siguiente modo:

$$\text{Desarrollo} = 3,14 \times \text{dn} / 12 = 3,14 \times 280 / 12 = 73 \text{ mm.}$$



Es conveniente comprobar el desarrollo del arco 0-3-6, que tiene que corresponderse con el desarrollo de media circunferencia ( $3,14 \times \text{dn} / 2$ ).

Figura 203. El croquis, los trazados y el desarrollo

#### 4.10.5 Tolva de boca circular y cuadrada con corte oblicuo en la boca prismática ( $\phi < \square$ )

El proceso de trazado y desarrollo es igual que en las tolvas ( $\phi < \square$ ), ( $\phi = \square$ ) y ( $\phi > \square$ ), apartados 4.10.1, 4.10.2 y 4.10.3, con las siguientes salvedades:

1. Que para obtener las generatrices en su verdadera magnitud, se tienen que construir 2 triángulos, uno con la altura ( $h_1$ ) para las generatrices A, 0, 1, 2, 3 y otro con la altura ( $h_2$ ) para las generatrices 3, 4, 5, 6 y D.
2. Que la distancia B-C no está en su verdadera magnitud en planta, por lo que hay que tomar la del alzado para comenzar el desarrollo.

3. Las distancias A-B y C-D si están en su verdadera magnitud en la planta, por lo que se pueden tomar de ella para cerrar el desarrollo, conjuntamente con las generatrices 0-A y 6-D de los triángulos en su verdadera magnitud.

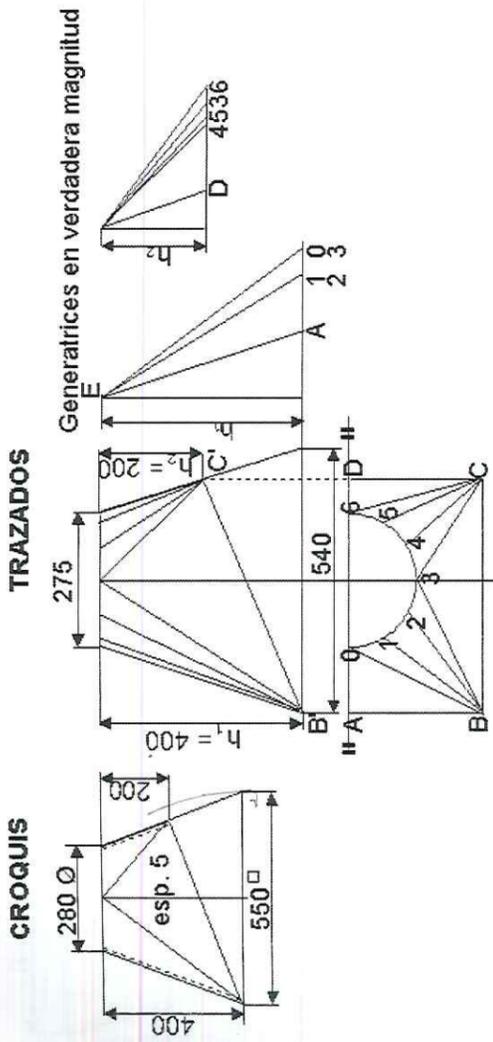


Figura 204. El croquis, los trazados y el desarrollo

#### 4.10.6 Tolva de boca circular y cuadrada con corte oblicuo en la boca circular ( $\phi < \square$ )

El proceso de trazado y desarrollo es igual que en las tolvas ( $\phi < \square$ ), ( $\phi = \square$ ) y ( $\phi > \square$ ), apartados 4.10.1, 4.10.2 y 4.10.3, con la salvedad de que para hallar la verdadera magnitud de las generatrices, cada una de ellas tiene una altura diferente, según se muestra en el trazado.

En este caso, al estar la boca circular inclinada, hay que hallar la verdadera magnitud de todas las generatrices, cada una con su altura correspondiente, y las 0-A y 6-D con las alturas 0 y 6 respectivamente.

Las bases de los triángulos, tomadas de la planta, se trazan desde B para las generatrices 0, 1, 2, 3 y desde C para las generatrices 3, 4, 5 y 6.

Para el desarrollo, en su verdadera magnitud, de una división, se procede del siguiente modo:  
Desarrollo =  $3,14 \times dn / 12 = 3,14 \times 250 / 12 = 65,5$  mm.

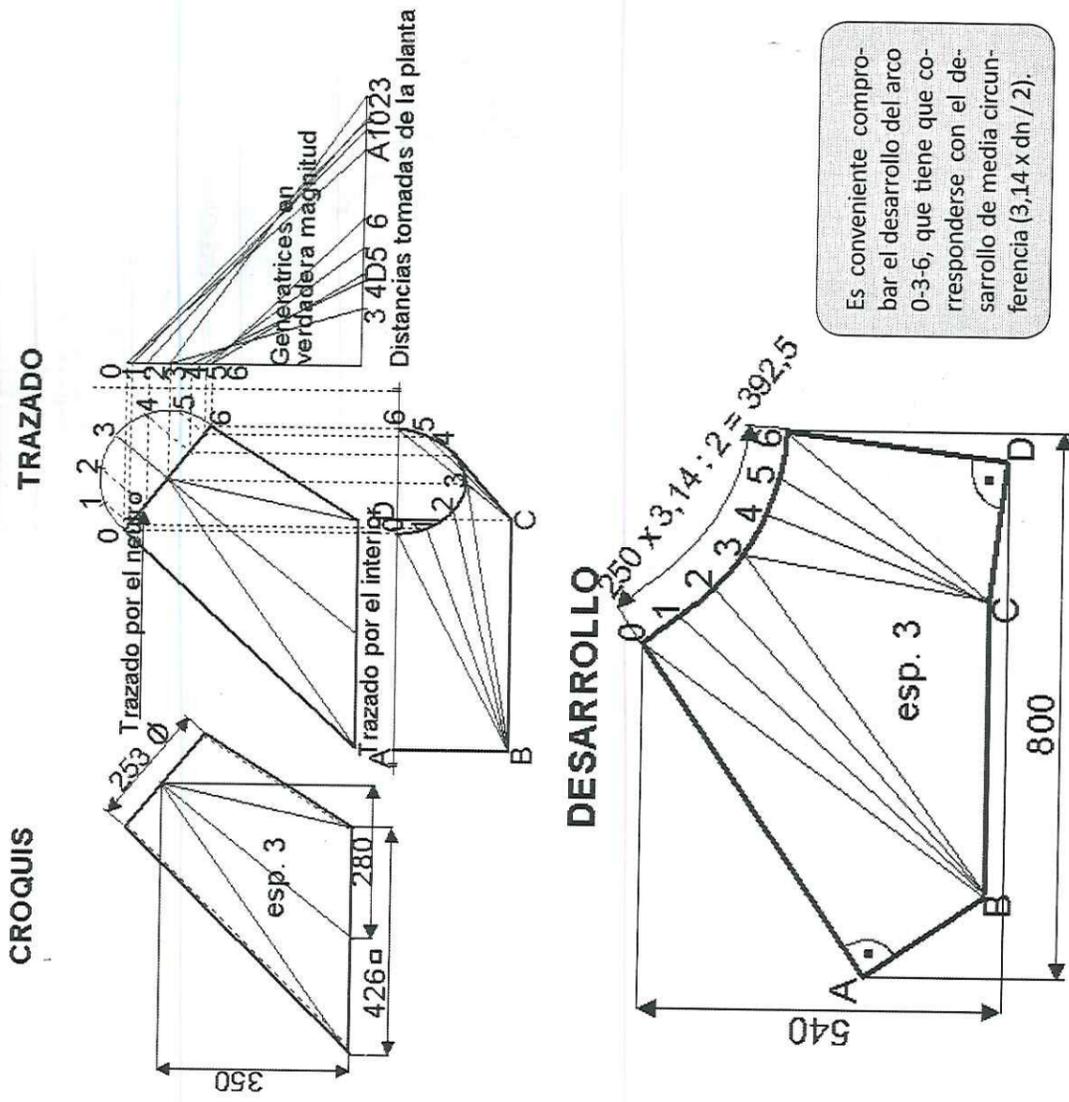


Figura 205. El croquis, el trazado y el desarrollo

#### 4.10.7 Tolva de boca circular y cuadrada, descentrada en un eje ( $\phi < \square$ )

El proceso de trazado y desarrollo es igual que en las tolvas ( $\phi < \square$ ), ( $\phi = \square$ ) y ( $\phi > \square$ ), apartados 4.10.1, 4.10.2 y 4.10.3, con la salvedad de que hay que hallar más generatrices (ver figura 206).

#### 4.10.8 Tolva de boca circular y cuadrada, descentrada en dos ejes ( $\phi < \square$ )

El proceso de trazado y desarrollo es igual que en las tolvas ( $\phi < \square$ ), ( $\phi = \square$ ) y ( $\phi > \square$ ), apartados 4.10.1, 4.10.2 y 4.10.3, con la salvedad de que hay que hallar todas las generatrices y desarrollar las dos partes de la tolva por no ser simétricas (ver figura 207).

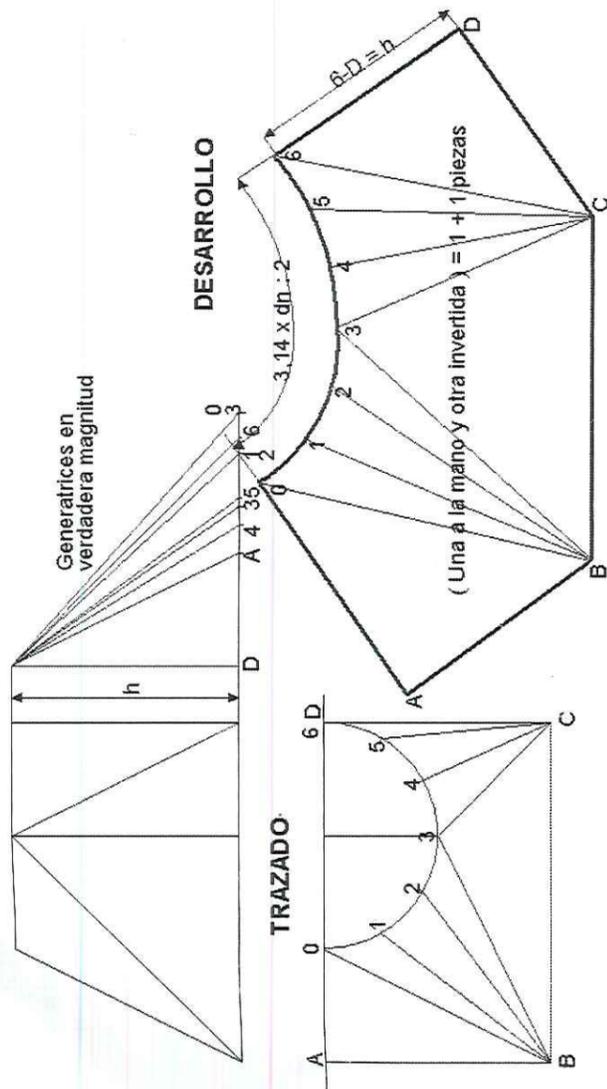


Figura 206. El trazado y el desarrollo

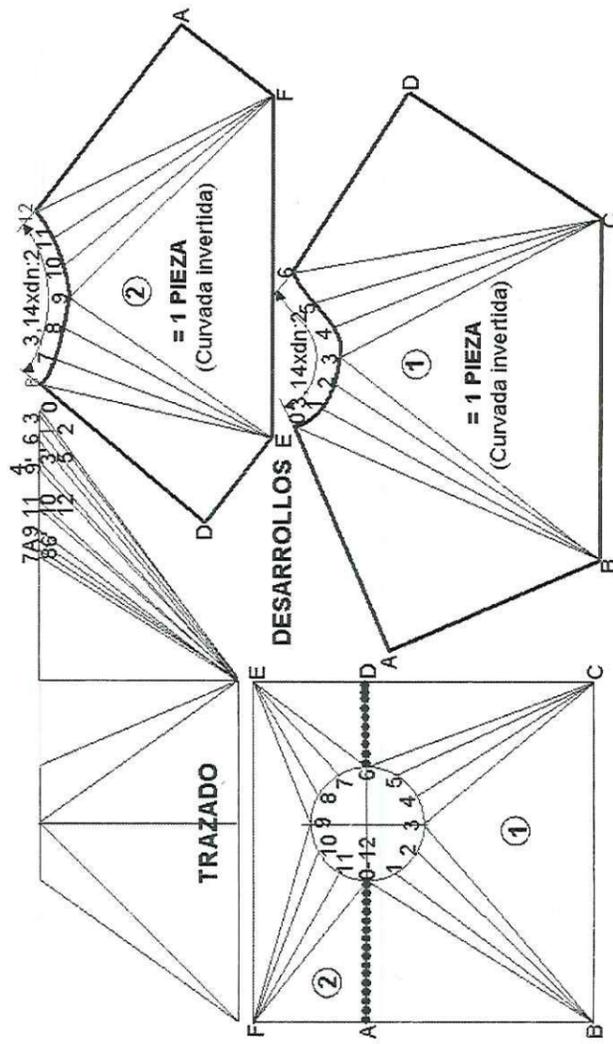


Figura 207. El trazado y los desarrollos

#### 4.10.9 Tolva de boca circular y cuadrada, descentrada y tangente a dos caras de la boca prismática ( $\theta < \square$ )

El proceso de trazado y desarrollo es igual que en las tolvas ( $\theta < \square$ ), ( $\theta = \square$ ) y ( $\theta > \square$ ), apartados 4.10.1, 4.10.2 y 4.10.3, con la salvedad de que hay que hallar todas las generatrices y desarrollar las dos partes de la tolva por no ser simétricas (ver figura 208).

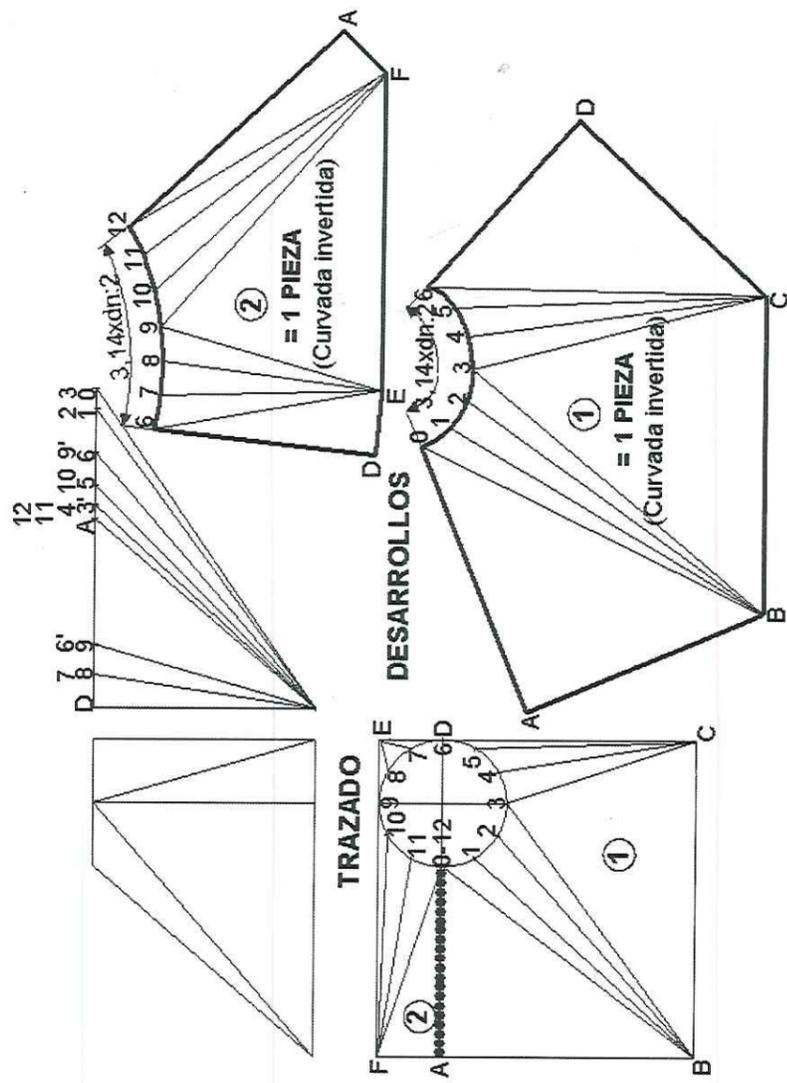


Figura 208. El trazado y los desarrollos

#### 4.10.10 Tolva de boca circular y rectangular, centrada ( $\theta < \square$ )

El proceso de trazado y desarrollo es igual que en las tolvas ( $\theta < \square$ ), ( $\theta = \square$ ) y ( $\theta > \square$ ), apartados 4.10.1, 4.10.2 y 4.10.3, con la salvedad de que los lados de la parte prismática (rectángulo) son distintos (A-B = C-D y B-C es distinto).

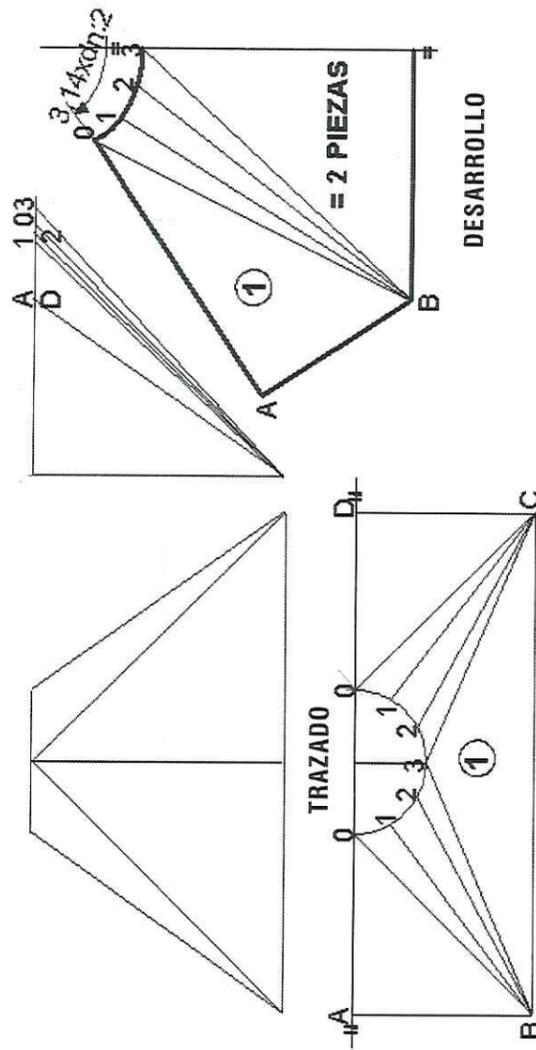


Figura 209. El trazado y el desarrollo

#### 4.10.11 Tolva de boca circular y rectangular, descentrada ( $\phi < \square$ )

El proceso de trazado y desarrollo es igual que en las tolvas ( $\phi < \square$ ), ( $\phi = \square$ ) y ( $\phi > \square$ ), apartados 4.10.1, 4.10.2 y 4.10.3, con la salvedad de que los lados de la parte prismática (rectángulo) son distintos (A-B = C-D y B-C es distinto) y hay que hallar más generatrices por estar descentradas las bocas.

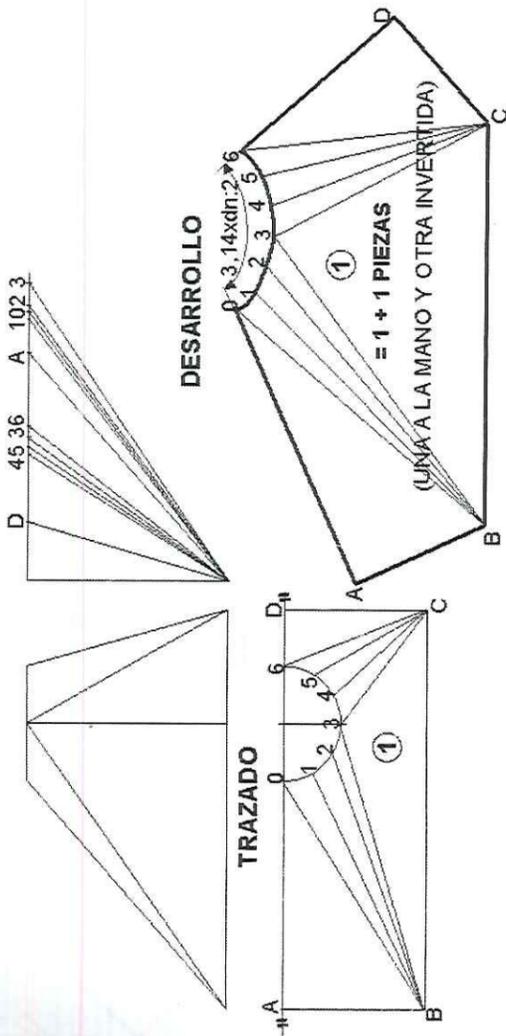


Figura 210. El trazado y el desarrollo

#### 4.10.12 Tolva de boca circular y cuadrada, con las esquinas en curva de radio conocido y centrada

El proceso de trazado y desarrollo es igual que en las tolvas ( $\phi < \square$ ), ( $\phi = \square$ ) y ( $\phi > \square$ ), apartados 4.10.1, 4.10.2 y 4.10.3, con la salvedad de que para trazar las partes curvas, además de las generatrices 0-0', 1-1', 2-2' y 3-3' hay que utilizar las diagonales a, b y c.

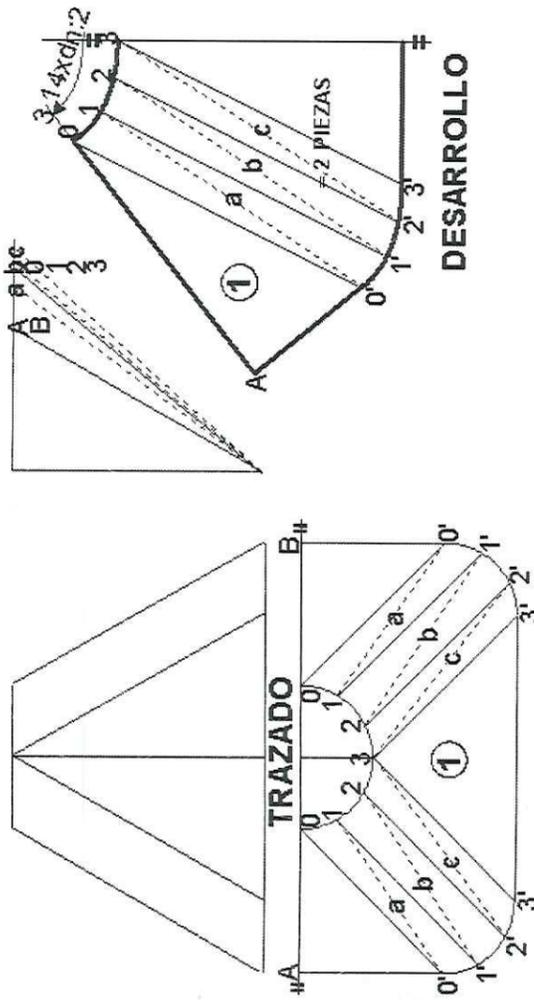


Figura 211. El trazado y el desarrollo

#### 4.10.13 Tolva de bocas cuadradas, con las esquinas en curva de radio conocido y centrada

El proceso de trazado y desarrollo es igual que en las tolvas ( $\phi < \square$ ), ( $\phi = \square$ ) y ( $\phi > \square$ ), apartados 4.10.1, 4.10.2 y 4.10.3, con la salvedad de que para trazar las partes curvas, además de las generatrices 0-0', 1-1', 2-2' y 3-3' hay que utilizar las diagonales a, b, c, y para cerrar el desarrollo utilizaremos la diagonal (d), tal como hemos hecho en el caso anterior.

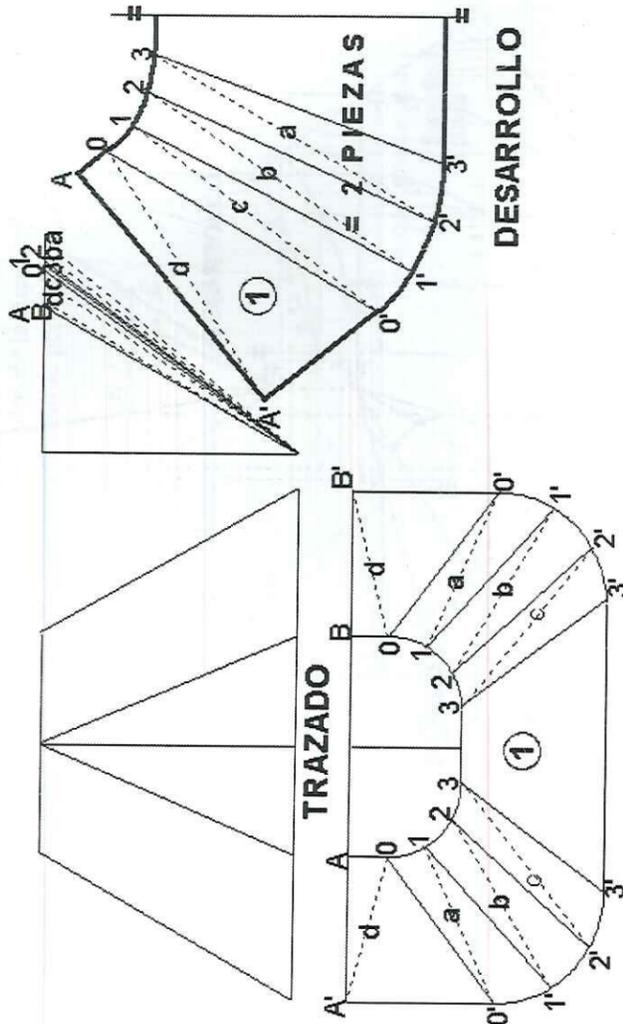


Figura 212. El trazado y el desarrollo

#### 4.10.14 Tolva de boca circular y cuadrada ( $\phi < \square$ ), con los lados de la boca cuadrada matados por arcos

1. Se traza el alzado y la planta con las medidas del croquis, la boca circular por el diámetro neutro y la cuadrada también por el neutro al estar matadas las esquinas en curvas.
2. Se divide la semicircunferencia en 6 partes iguales (puntos 0, 1, 2 y 3) y se unen con el punto (P) para obtener las generatrices vistas en planta. Estas generatrices no están en su verdadera magnitud, por lo que es preciso hallarlas en el alzado.
3. Para hallar las generatrices en su verdadera magnitud, se unen los puntos 3' con el B<sub>1</sub> y el 0' con el A<sub>1</sub> y se prolongan para obtener el punto P<sub>1</sub>. Se abaten las generatrices vistas en planta con centro en P hasta el alzado, y uniendo los puntos (0<sub>3</sub>, 1<sub>3</sub>, 2<sub>3</sub> y 3<sub>3</sub>) con el punto P<sub>1</sub> obtenemos las generatrices en su verdadera magnitud (está indicado el proceso mediante flechas).
4. Para desarrollar la tolva trazaremos dos perpendiculares, en la base llevaremos la distancia (L) para determinar el punto P'<sub>1</sub> y, con centro en él, y radios iguales a las generatrices (P<sub>1</sub>-0<sub>3</sub>, P<sub>1</sub>-1<sub>3</sub>, P<sub>1</sub>-2<sub>3</sub>, P<sub>1</sub>-3<sub>3</sub>) y (P<sub>1</sub>-0<sub>3</sub>, P<sub>1</sub>-1<sub>3</sub>, P<sub>1</sub>-2<sub>3</sub>, P<sub>1</sub>-3<sub>3</sub>) trazaremos arcos, donde se corten las generatrices P<sub>1</sub>-3<sub>3</sub> entre sí obtendremos el punto 3' y a partir de este punto, y con una distancia igual al desarrollo de una división de la boca circular (3,14 x dn / 12), se irá cortando al resto de los arcos para obtener los puntos 2', 1' y 0'. Uniendo estos puntos con el P'<sub>1</sub> tendremos las generatrices que cortarán a los arcos de la curva pequeña en los puntos 3'<sub>1</sub>, 2'<sub>1</sub>, 1'<sub>1</sub> y 0'<sub>1</sub>. Finalmente, para cerrar el desarrollo copiaremos el triángulo (3'<sub>1</sub>-3-F') a ambos lados de las superficies a curvar.

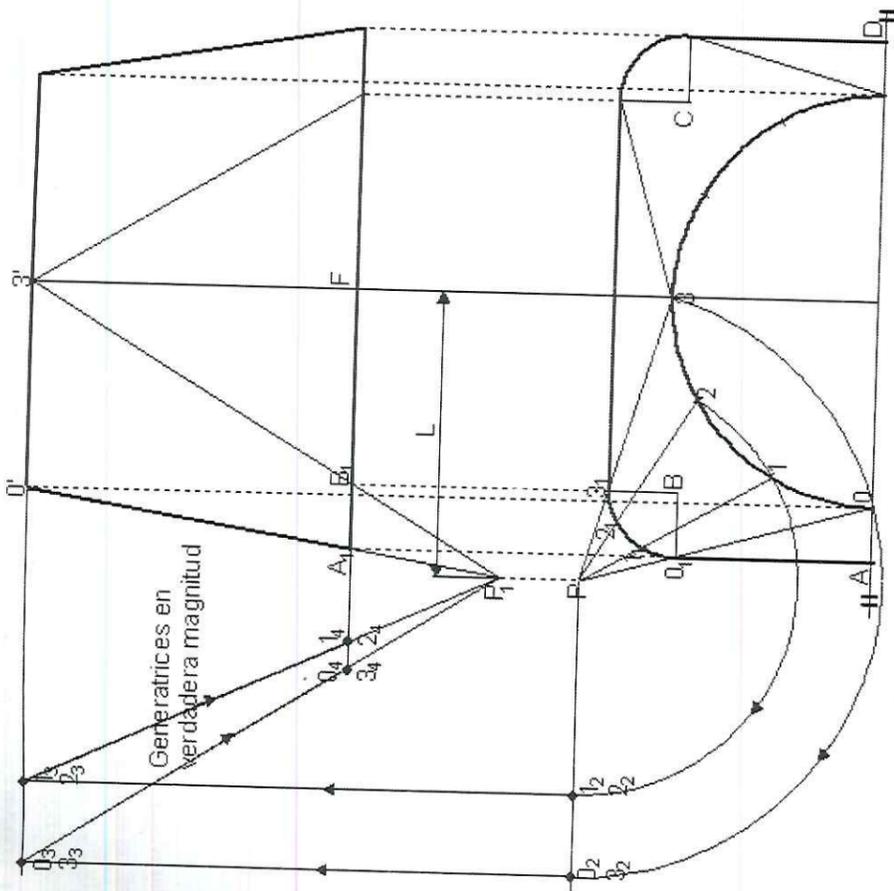


Figura 213. El trazado y desarrollo correspondiente

**4.10.15 Tolva de boca circular y ovalada, formada por dos medios tubos elípticos de bocas circulares y paralelas**

1. Para el trazado y desarrollo de este cuerpo utilizaremos el primer método del apartado 4.3.1.
2. Dividimos la circunferencia de la boca en 6 partes iguales, se proyectan hasta la base de la cir-

cunferencia para obtener los puntos  $O_1, 1_1, 2_1, 3_1$ . Se proyectan paralelos a la generatriz de la tolva hasta la base para obtener los puntos  $O_2, 1_2, 2_2, 3_2$ . Las generatrices comprendidas entre estos puntos están en su verdadera magnitud y los triángulos de superficie plana también están en su verdadera magnitud, por lo que se pueden emplear tal cual para el desarrollo.

3. Para el desarrollo se llevan las generatrices obtenidas en el alzado y, a partir de los puntos  $3_1$  y  $3_2$ , se lleva la distancia (X), igual al desarrollo de una división de la circunferencia ( $3,14 \times dn / 12$ ), para obtener los puntos  $2_1$  y  $2_2$ , y así hasta obtener los puntos  $O_1$  y  $O_2$ . Finalmente, para rematar el desarrollo copiaremos, a ambos lados de la superficie a curvar, el triángulo rectángulo ( $O_1-O_2-F$ ), que está en su verdadera magnitud por estar situado paralelamente al plano del dibujo.

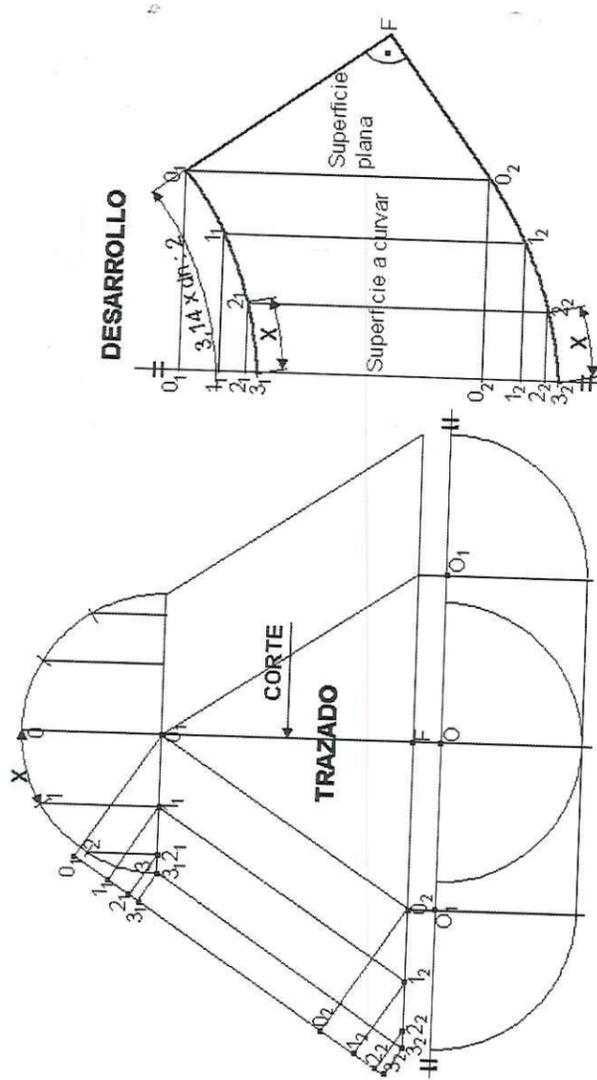


Figura 214. El trazado y desarrollo correspondiente

**4.10.16 Tolva de boca circular y ovalada, formada por dos medios conos oblicuos de bocas circulares y paralelas**

1. Para el trazado y desarrollo de este cuerpo utilizaremos el procedimiento del apartado 4.7.2.
2. Se trazan ambas bocas por el diámetro neutro, se traza un  $1/4$  de circunferencia en la base y se divide en 3 partes iguales (puntos  $O, 1, 2$  y  $3$ ). Prolongando la generatriz extrema  $3'-3''$  y la unión de los puntos  $O_1$  y  $O_2$ , obtendremos el vértice  $V$ .
3. Se proyecta el vértice ( $V$ ) perpendicularmente a la base, obteniendo el punto ( $V'$ ). Con centro en él se abaten las divisiones sobre la base de la tolva (puntos  $O', 1', 2'$  y  $3'$ ) y luego se unen con el vértice ( $V$ ) (está indicado mediante flechas en el punto  $O$ ). Estas generatrices están en su verdadera magnitud.
4. Para desarrollar, se toman los radios  $V-O', V-1', V-2'$  y  $V-3'$  y con centro en  $V_1$  se trazan arcos. Con un desarrollo igual a la  $1/12$  parte de la circunferencia de la base ( $3,14 \times Dn / 12$ ) y haciendo centro en el punto  $3'$ , se corta al arco inmediato obteniendo los puntos  $2''$ , y así sucesivamente hasta obtener los puntos  $O''$ . Uniendo estos puntos con el vértice  $V_1$  se obtienen las generatrices del desarrollo, y para trazar la otra boca se toman los radios, desde  $V$  a  $O'', 1'', 2''$  y  $3''$  y se cortan a las generatrices correspondientes, desde el vértice  $V_1$ . Finalmente, para cerrar el desarrollo se traza, a ambos lados de la superficie curvada, el triángulo  $O'-O''-A'$  en su verdadera magnitud.

5. Hay que tener en cuenta que al ser la tolva simétrica, se construirán 2 piezas iguales con la misma plantilla y que conviene comprobar la mitad del desarrollo de la boca mayor ( $3,14 \times Dn / 2$ ).

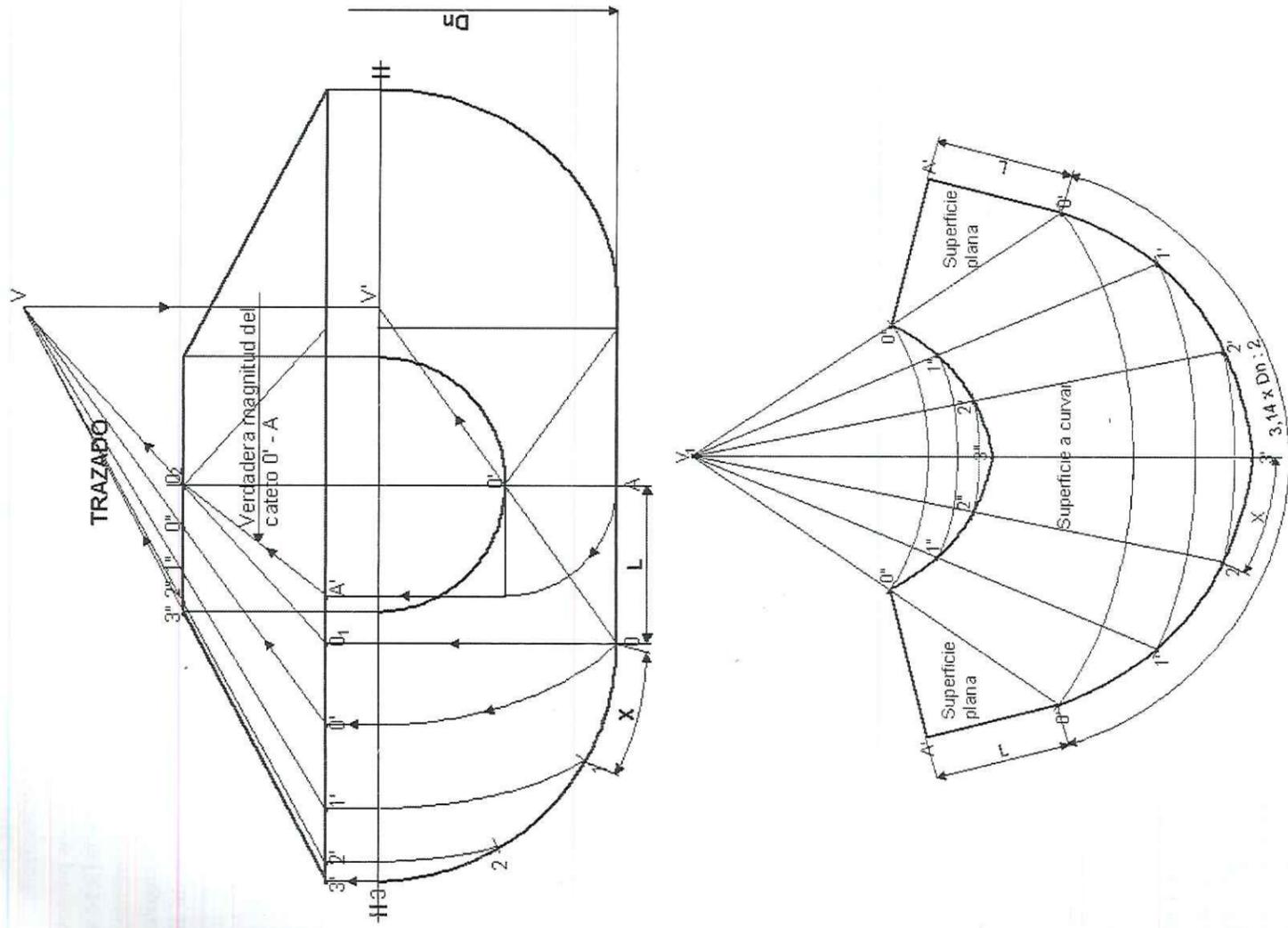


Figura 215. El trazado y desarrollo correspondiente

### 4.10.17 Tolva de boca circular y elíptica, formada por cuatro trozos de conos oblicuos de bocas circulares y paralelas

1. Para el trazado y desarrollo de este cuerpo utilizaremos el procedimiento del apartado 4.7.2 y el del apartado 4.10.16.
2. Se trazan ambas bocas por el neutro (para trazar la boca mayor se utiliza una falsa elipse compuesta por un doble arco carpanel de 3 centros, apartado 1.32) y se divide en 5 partes, (puntos 0, 1, 2, 3, 4 y 5). Prolongando la generatriz extrema  $5_1-5_2$  y con la unión de los puntos  $a_1$  y  $b_1$ , obtendremos el vértice  $V_1$  y al cortar la línea  $a_1-b_1$  al eje de la tolva obtendremos el vértice  $V_1$ .
3. Se proyectan los vértices  $(V)$  y  $(V_1)$  perpendicularmente a la base, obteniendo los puntos  $(V')$  y  $(V'_1)$ . Con centro en  $(V'_1)$  se abaten las divisiones (puntos 0, 1 y 2) sobre la base de la tolva obteniendo los puntos  $(0_1, 1_1$  y  $2_1)$  y luego se unen con el vértice  $(V_1)$ . Con centro en  $(V')$  se abaten las divisiones (puntos 3, 4 y 5) sobre la base de la tolva obteniendo los puntos  $(3_1, 4_1$  y  $5_1)$  y luego se unen con el vértice  $(V)$  (está indicado mediante flechas). Todas estas generatrices están en su verdadera magnitud en el alzado.

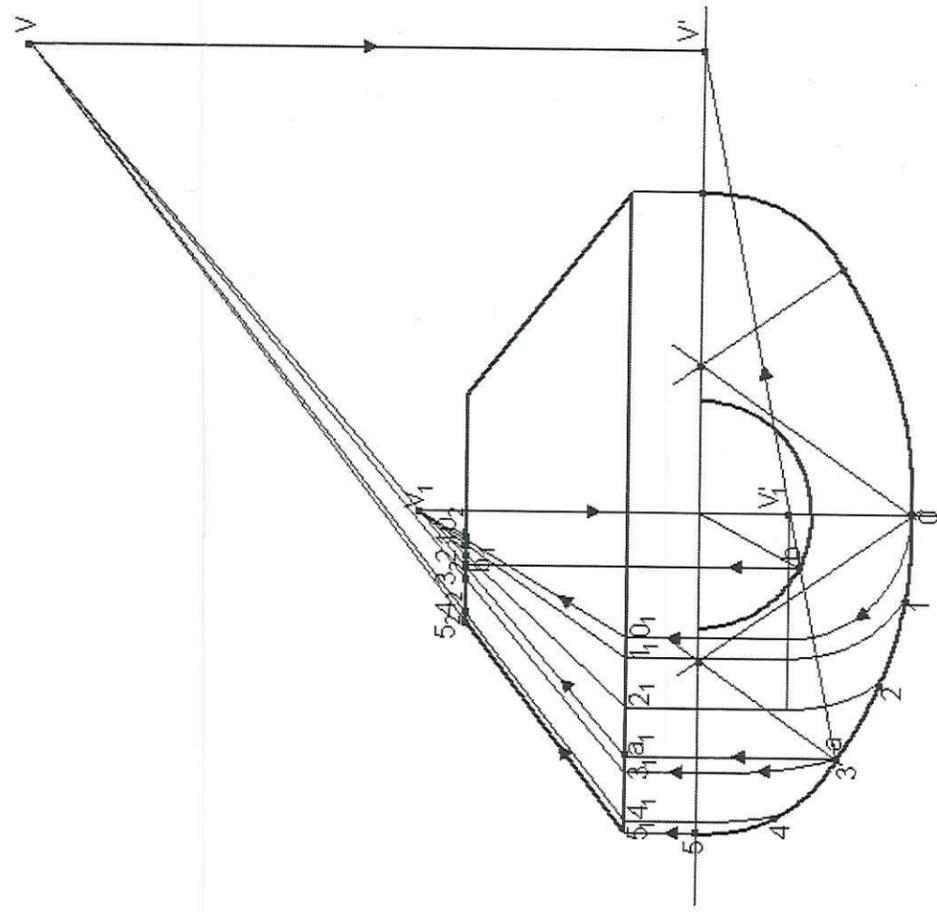


Figura 216a. El trazado correspondiente

4. Para desarrollar, se toman los radios  $V-5_1$ ,  $V-4_1$  y  $V-3_1$  y, con centro en  $(V)$  del desarrollo, se trazan arcos. Partiendo del punto  $5_1$  y con una distancia igual al desarrollo de la división 5-4 cortaremos al siguiente arco, obteniendo el punto  $4_1$  y con el desarrollo 4-3 cortaremos al

siguiente arco para obtener el punto  $3_1$ . Unimos los puntos  $3_1$  y  $4_1$  con el vértice (V) y con un radio igual a  $V-1_1$  del alzado trazamos un arco en el desarrollo para posicionar el vértice ( $V_1$ ). Desde este vértice y con radios iguales a  $V_1-2_1$ ,  $V_1-1_1$  y  $V_1-0_1$  trazamos arcos que iremos cortando con los desarrollos de las divisiones 3-2, 2-1 y 1-0, hasta obtener todos los puntos y generatrices del desarrollo. Uniendo estos puntos entre sí nos dará la curva de la boca mayor y para determinar la otra boca, se toman los radios desde V a  $3_1$ ,  $4_2$  y  $5_2$  y desde  $V_1$  a  $0_2$ ,  $1_2$  y  $2_2$  del alzado y se cortan a las generatrices correspondientes del desarrollo.

5. Hay que tener en cuenta que al ser la tolva simétrica, se construirán 2 piezas iguales con la misma plantilla.

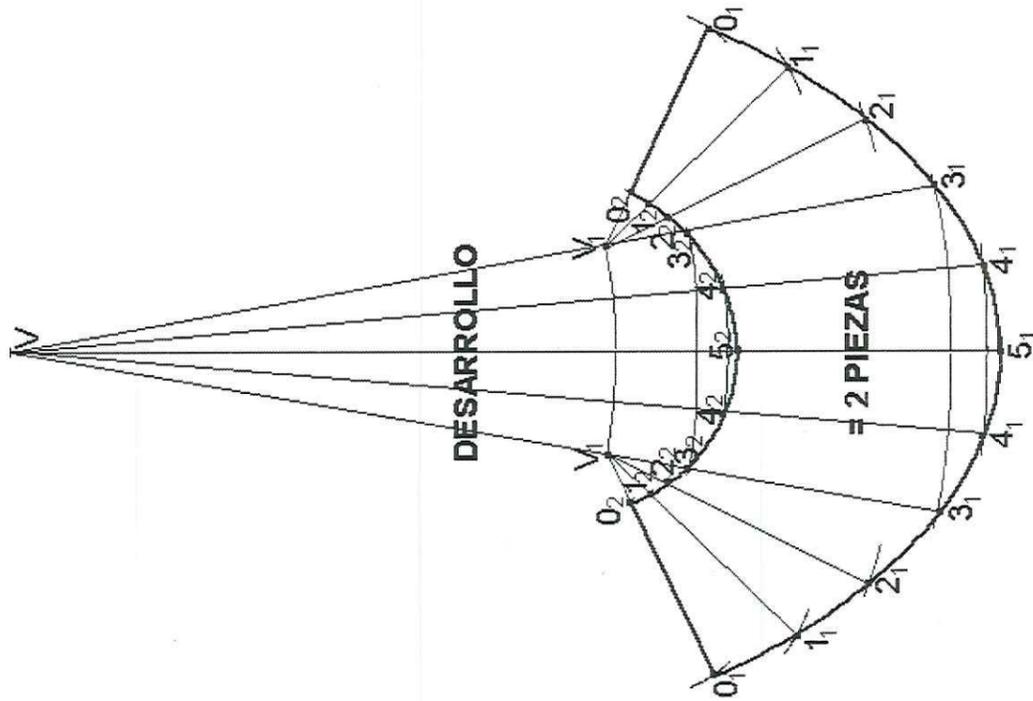


Figura 216b. El trazado y desarrollo correspondiente

#### 4.10.18 Tolva de boca elíptica, cuadrada y centrada

El proceso de trazado y desarrollo es igual que en las tolvas ( $\phi < \square$ ), ( $\phi = \square$ ) y ( $\phi > \square$ ) de los apartados 4.10.1, 4.10.2 y 4.10.3, con la salvedad de que al ser la boca elíptica se tienen que hallar más generatrices y el desarrollo de esta boca es el de media elipse. Para trazar la boca elíptica utilizaremos el método de las 2 circunferencias, apartado 1.34.

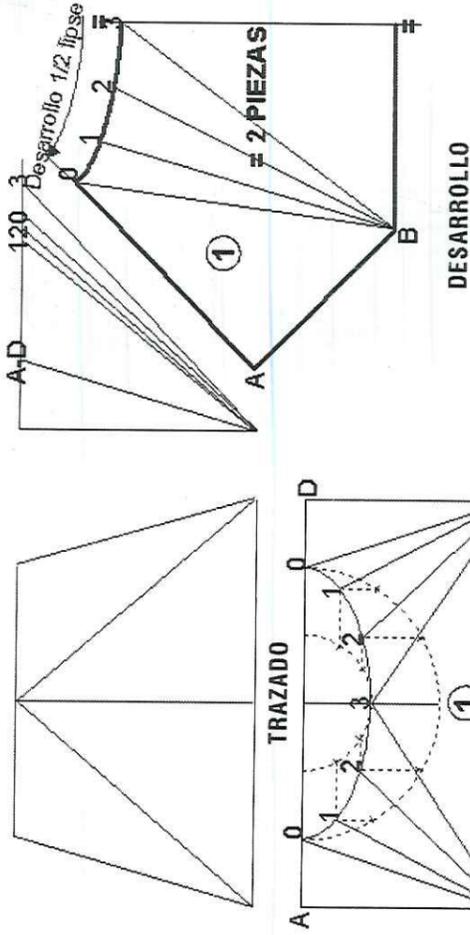


Figura 217. El trazado y desarrollo correspondiente

#### 4.10.19 Tolva de bocas elíptica y circular, paralelas y centradas

Se utiliza el mismo proceso de triangulación con diagonales del apartado 4.7.4.

1. Se trazan las bocas circular y elíptica por el neutro y en planta, (la boca elíptica por el método de las 2 circunferencias, apartado 1.34).
2. Se dividen en partes iguales para trazar las generatrices (0, 1, 2 y 3) y las diagonales (a, b y c).
3. Se trazan triángulos para hallar las generatrices y diagonales en su verdadera magnitud. Las bases de dichos triángulos son las generatrices (0, 1, 2 y 3) y las diagonales (a, b y c) tomadas de la planta y la altura del triángulo, igual a la altura de la tolva.

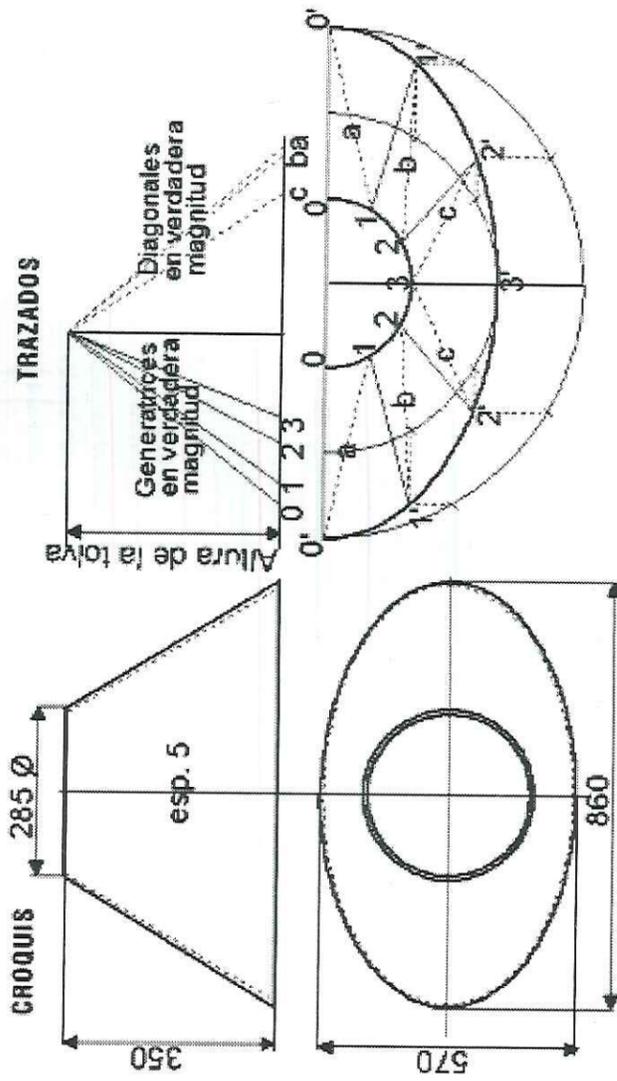


Figura 218a. El croquis y los trazados correspondientes

4. Finalmente se traza el desarrollo, partiendo de la generatriz (3-3') en su verdadera magnitud y luego se trazan arcos que se corten entre sí para determinar el resto de los puntos. Para hallar el punto (2'), con la diagonal (c), haciendo centro en el punto (3) y con el desarrollo de la división (3'-2') de la elipse, haciendo centro en el punto (3'). Para hallar el punto (2), con la generatriz (2) haciendo centro en el punto (2') y con el desarrollo de una división de la circunferencia (3-2), haciendo centro en el punto (3); así sucesivamente hasta cerrar el desarrollo con la generatriz (0).

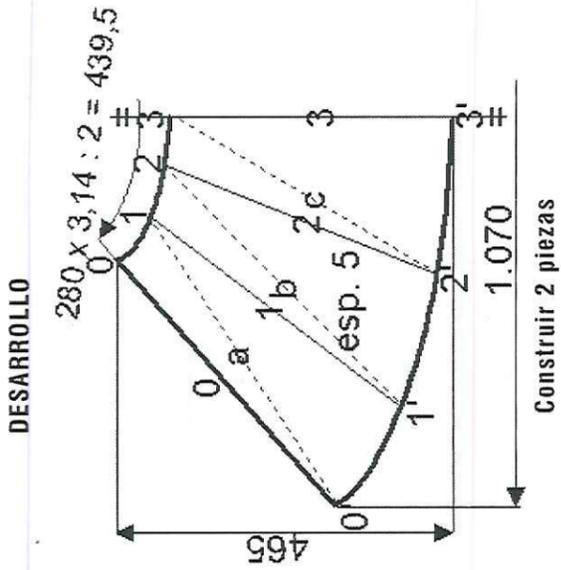
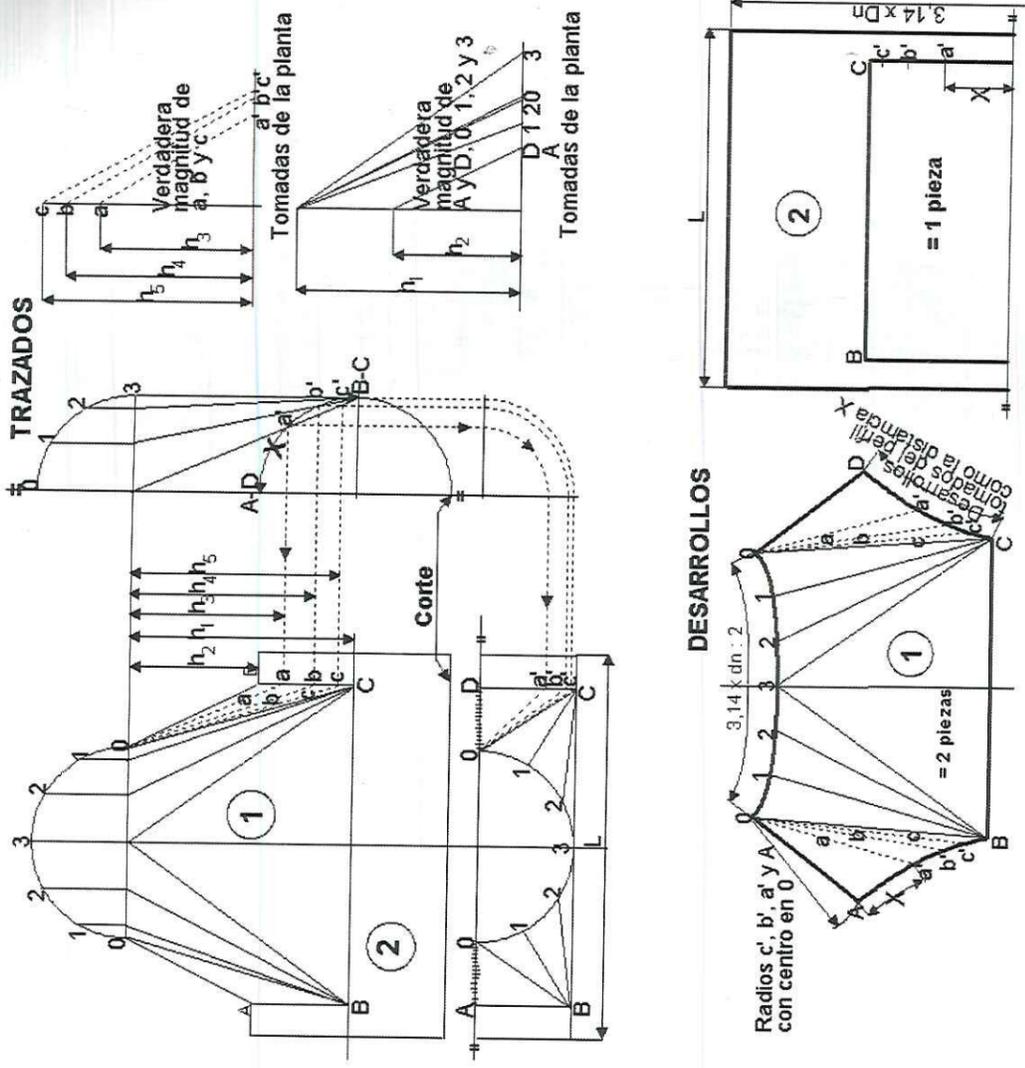


Figura 218b. El desarrollo correspondiente

Al finalizar el desarrollo es conveniente comprobar el arco de la 1/2 circunferencia y el arco de la 1/2 elipse, puesto que al ser trazados por tramos se ha podido cometer algún error.

#### 4.10.20 Intersección de tolva con cilindro, con boca circular igual al cilindro y la otra rectangular

1. Se traza la tolva como las anteriores, es decir, la boca circular por el  $\emptyset$  neutro y la rectangular por el interior; el cilindro injertado por el  $\emptyset$  exterior, como en otras intersecciones.
2. Se trazan las generatrices de la tolva como en cualquier otra, teniendo en cuenta que en la intersección con el cilindro tendrá distintas alturas ( $h_1, h_2, \dots, h_5$ ).
3. Se obtienen las verdaderas magnitudes de las generatrices con las alturas ( $h_1, h_2, \dots, h_5$ ) y las proyecciones de la planta (0-a', 0-b', 0-c', 0-D, C-0, C-1, C-2 y C-3).
4. Se desarrollan los dos cuerpos: la tolva (1) como cualquiera anterior, teniendo en cuenta lo indicado en el propio desarrollo y el cilindro (2) como el de cualquier intersección.



#### 4.10.21 Intersección de tolva con cilindro, con boca circular menor al cilindro y la otra ovalada

1. Se traza la tolva como las anteriores, es decir, la boca circular por el  $\emptyset$  neutro y la rectangular por el interior; el cilindro injertado por el  $\emptyset$  exterior, como en otras intersecciones.
2. Se trazan las generatrices de la tolva y las diagonales para hacerlo por triangulación, teniendo en cuenta que en la intersección con el cilindro tendrá distintas alturas ( $h_1, h_2, \dots, h_4$ ).
3. Se obtienen las verdaderas magnitudes de las generatrices y las diagonales con las alturas ( $h_1, h_2, \dots, h_4$ ) y las proyecciones de la planta (0-0', 1-1', 2-2', 3-3') y las de las diagonales (a, b y c).
4. Se desarrollan los dos cuerpos: la tolva (1) como cualquiera anterior, teniendo en cuenta lo indicado en el propio desarrollo y el cilindro (2) como el de cualquier intersección.

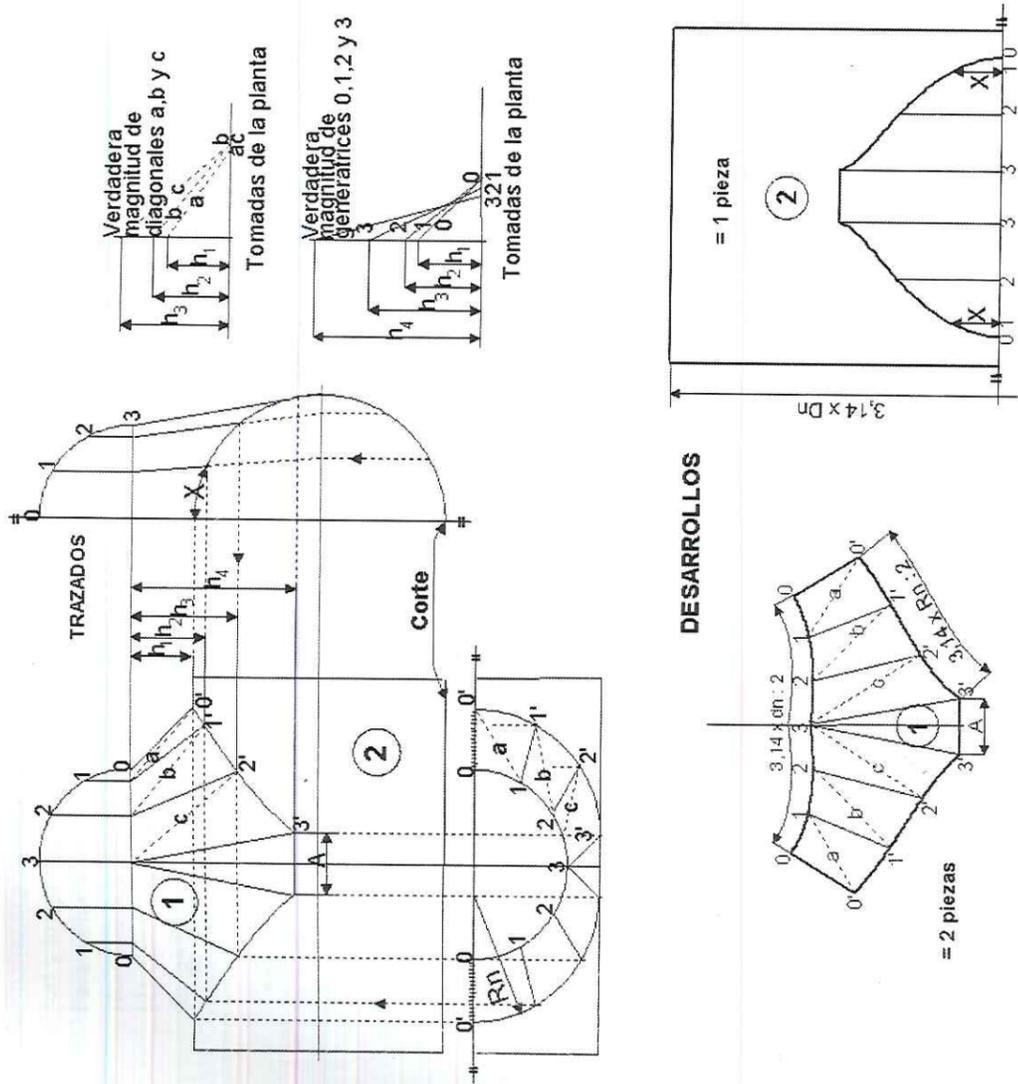


Figura 220. El trazado y desarrollo correspondiente

### 4.11 Cuerpos esféricos (preliminares)

Los cuerpos esféricos de gran tamaño, contruidos en gajos, se emplean para hacer diversos tipos de construcciones soldadas:

1. Depósitos esféricos de gran capacidad y resistencia (figura A).
2. Cúpulas de gasómetros en media esfera (figura B).
3. Fondos en forma de arco carpanel esféricos para depósitos, calderas, calderines, cubas, cisternas, etc... (figura C).

Estos cuerpos, en muchas ocasiones, llevan conexiones que hacen que se produzcan intersecciones de cuerpos cilíndricos o cónicos con la esfera, como se muestra en la figura D.

Más adelante se explicarán los trazados y desarrollos de estas intersecciones.

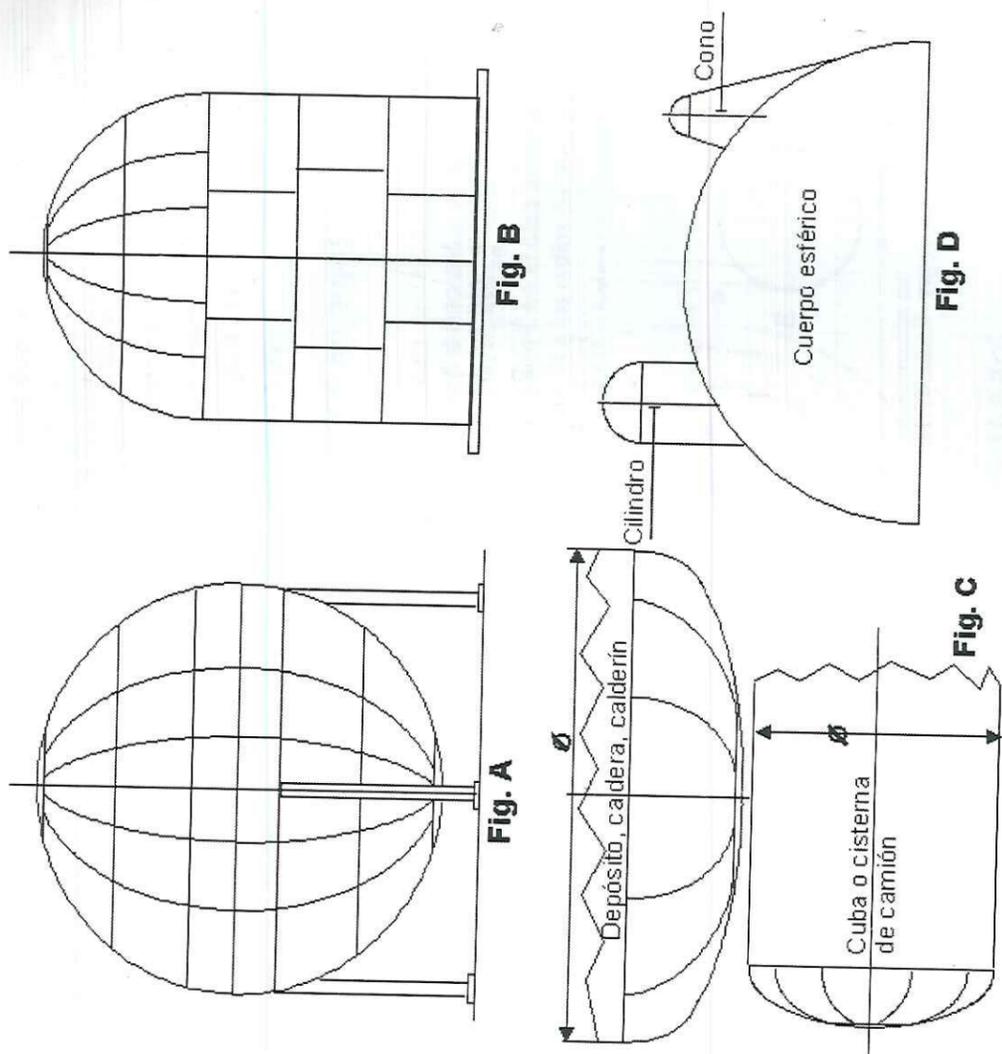


Figura 221. Los cuerpos esféricos

### 4.11.1 Trazado y desarrollo de la esfera en gajos

1. Se divide la esfera, trazada por el neutro, en varias zonas por medio de planos paralelos, rematadas por un casquete esférico para que no coincidan las soldaduras en el mismo punto y, para obtener los gajos, se divide la circunferencia de planta en un número de partes iguales (12 por ejemplo).
2. Para desarrollar los gajos se divide el arco (1-4) en un número de partes (por ejemplo en 3) y, por estos puntos (1, 2, 3 y 4), se trazan tangentes al arco (perpendiculares a los radios que pasan por dichos puntos), hasta cortar al eje de la esfera en los puntos (0, 0<sub>1</sub>, 0<sub>2</sub>, 0<sub>3</sub> y 0<sub>4</sub>). Seguidamente se proyectan los puntos (1, 2, 3 y 4) a la planta y con centro en (O) se trazan arcos en el gajo correspondiente y un eje de simetría (A-B).
3. Para desarrollar el gajo 1, se lleva sobre un eje (A'-B') el desarrollo de los arcos (1-2, 2-3 y 3-4, tomados del alzado) y desde estos puntos las distancias (1-0<sub>1</sub>, 2-0<sub>2</sub>, 3-0<sub>3</sub> y 4-0<sub>4</sub>), obteniendo de este modo los puntos (0<sub>1</sub>, 0<sub>2</sub>, 0<sub>3</sub> y 0<sub>4</sub>) en el desarrollo. Con centro en estos puntos se trazan arcos, que pasen por los puntos (1, 2, 3 y 4), sobre los que se llevan los desarrollos (anchos) tomados de la planta, obteniendo la forma del gajo. Para desarrollar el gajo 2 se procede del

mismo modo, con la diferencia de que por el punto (1) no pasará un arco, si no que pasará una recta, al ser la tangente al punto paralelo al eje de la esfera. Para desarrollar el casquete 3 se traza un disco cuyo diámetro será igual al desarrollo del arco que abarca dicho casquete.

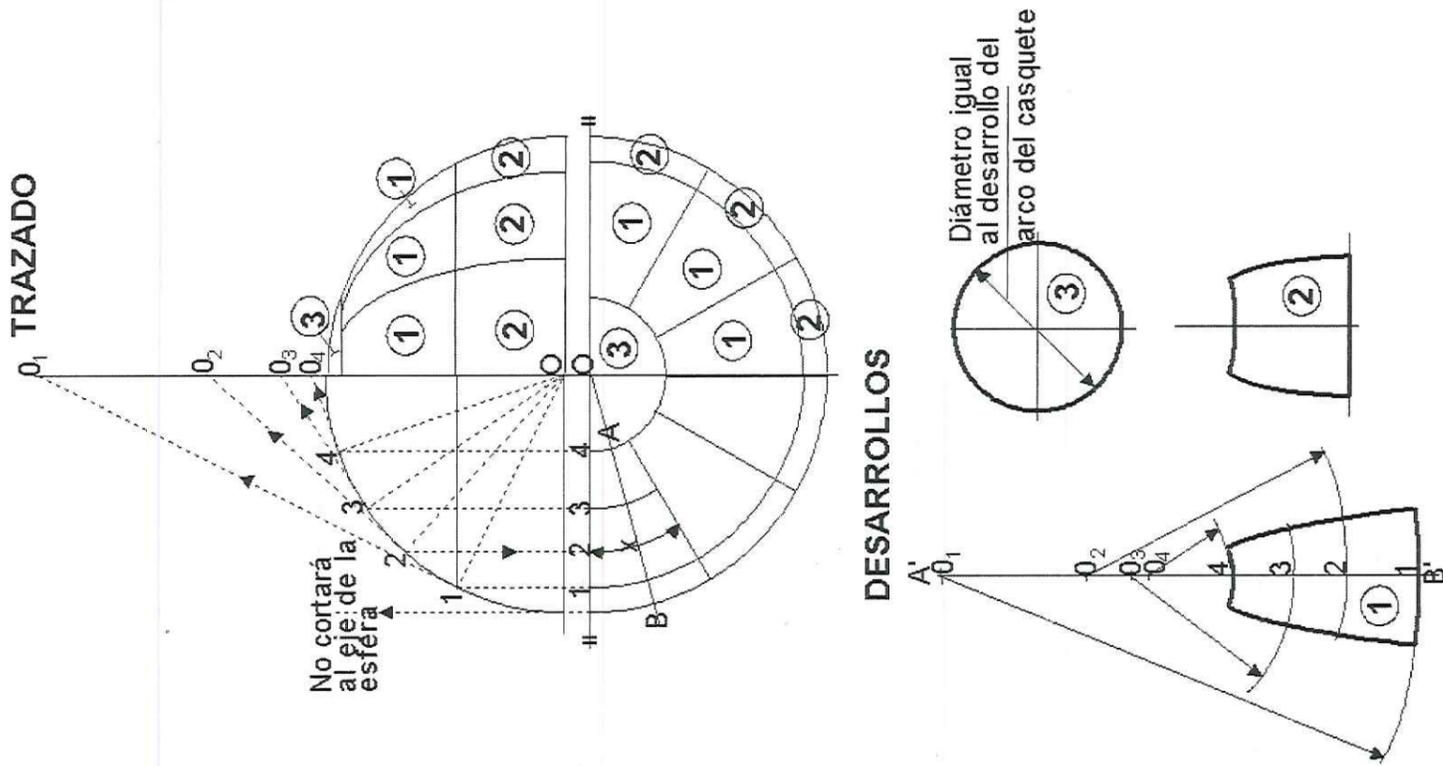


Figura 222. El trazado y los desarrollos correspondientes

Según el tipo de construcción que se haga, el número de piezas puede variar: Cuando se construya una esfera para un depósito, caso de la figura 221A:

GAJO 1 = 24 piezas GAJO 2 = 24 piezas GAJO 3 = 2 piezas

Cuando se construya una cúpula de gasómetro, caso de la figura 221B:

GAJO 1 = 12 piezas GAJO 2 = 12 piezas GAJO 3 = 1 pieza

Cuando se construya un fondo de arco carpanel, caso de la figura 221C:

GAJO 1 = 12 piezas GAJO 2 = (No lleva) GAJO 3 = 1 pieza

#### 4.1.1.2 Trazado y desarrollo de fondo esférico en gajos con forma de arco carpanel

1. Como el arco de mayor radio pertenece a la esfera, se hace una transformación de los dos arcos pequeños para convertirlo en un casquete esférico de centro en O, llevando el desarrollo de dicho arco sobre la prolongación del arco de mayor radio.
2. Una vez transformado el casquete esférico, se procede como en el caso anterior, teniendo en cuenta que las tangentes al arco serán perpendiculares a los radios de centro en O.
3. Una vez desarrollados los gajos 2, se les tienen que conformar sobre una plantilla que tiene la forma original del arco inicial.

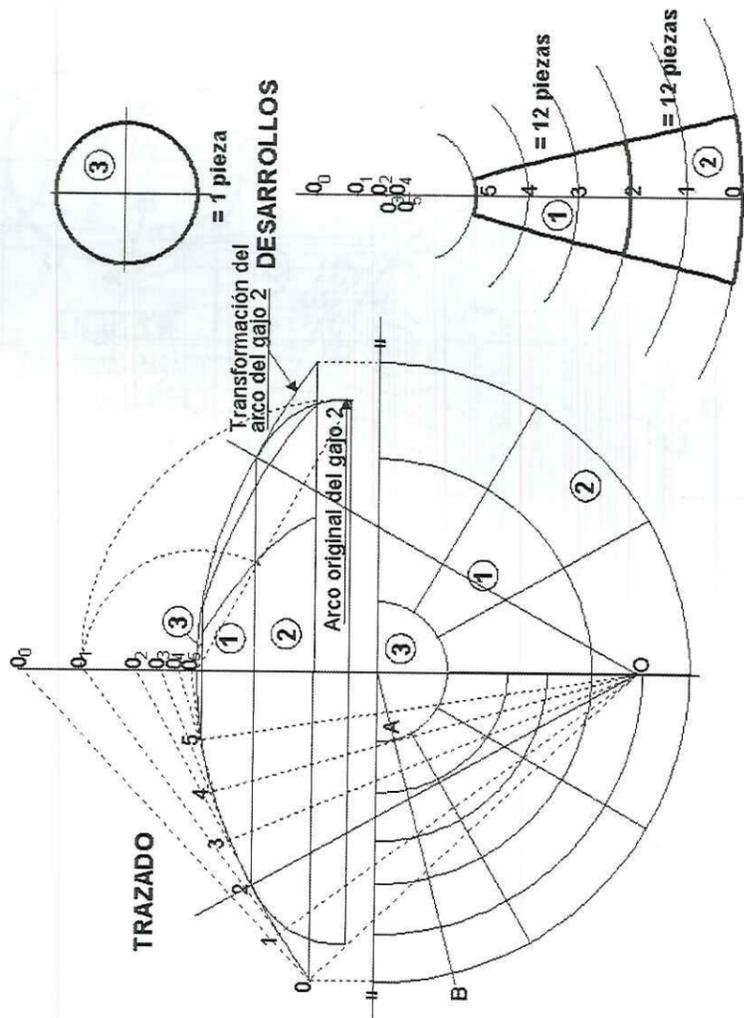


Figura 223. El trazado y los desarrollos correspondientes

#### 4.1.1.3 Trazado y desarrollo de la intersección de un cilindro con una esfera

Se pueden presentar 2 casos:

- a) El eje del cilindro coincide con el eje de la esfera.

b) El eje del cilindro es paralelo al eje de la esfera.

En ambos casos se traza el cilindro que injerta por el interior y la esfera por el exterior.

En el caso a, solamente se tiene que trazar una línea recta en el punto que incide el cilindro con la esfera. El desarrollo de dicho cilindro será un rectángulo y el agujero en la esfera será una circunferencia de diámetro igual al arco de esfera comprendido en la intersección (figura 224A). En el caso b, se tiene que hacer un trazado para determinar la línea de intersección del cilindro con la esfera (figura 224B).

1. Para determinar la línea de intersección, se traza el abatimiento (con centro en X) y la proyección de las divisiones de la circunferencia (puntos 0, 1, 2, ..., 6), donde corten las generatrices abatimiento a la esfera (puntos 0', 1', 2', ..., 6') se trazan perpendiculares al eje del cilindro hasta cortar a las generatrices proyección del mismo punto, obteniendo así los puntos de intersección (a, b, c, ..., f).

2. El desarrollo del cilindro se realiza como otro cualquiera y, para determinar el desarrollo del agujero en la esfera, se procede como en el caso de la esfera en gajos, es decir, trazar tangentes a los radios en los puntos (0', 1', 2', ..., 6'), para obtener los centros 0<sub>1</sub>, 0<sub>2</sub>, 0<sub>3</sub>, ..., 0<sub>6</sub>; trazar en la planta las proyecciones y abatimientos con centro en X' y llevar los desarrollos, según se indica, sobre el eje Y-Y'.

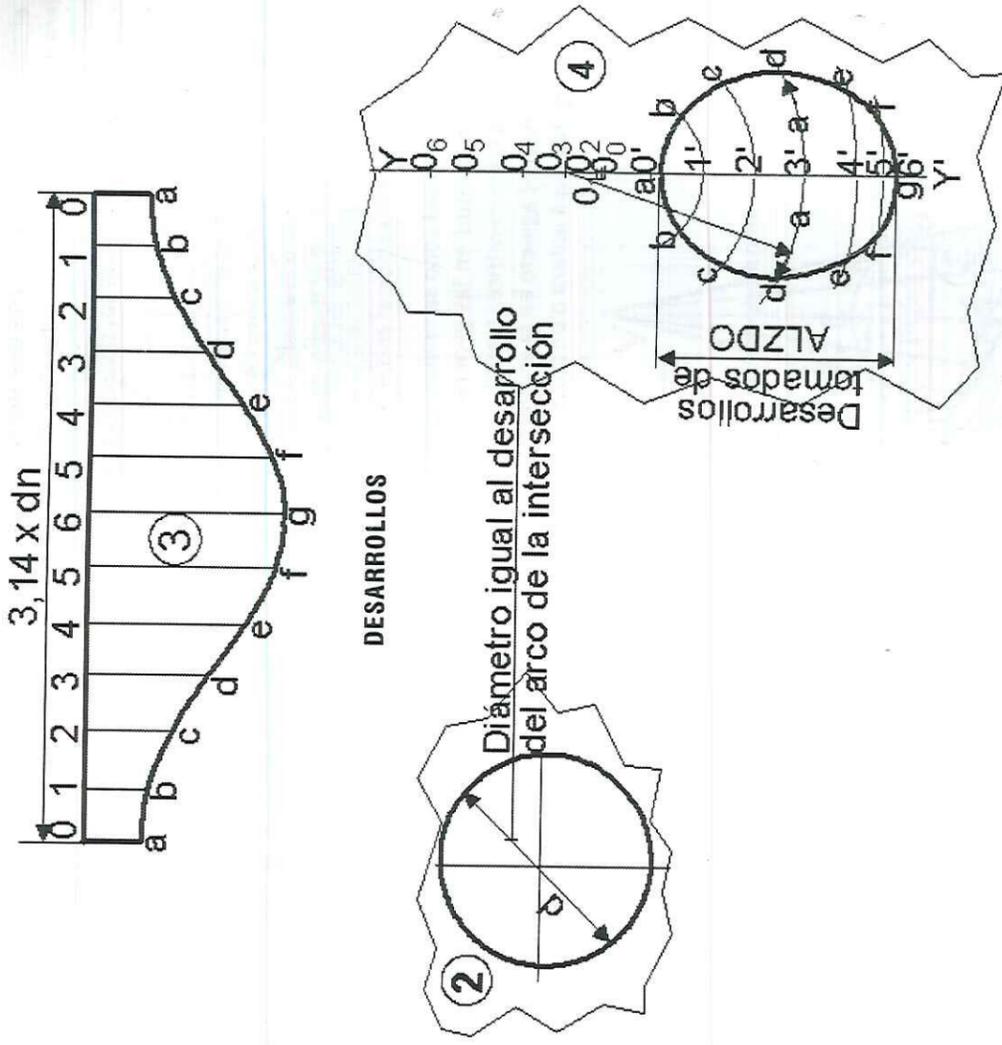
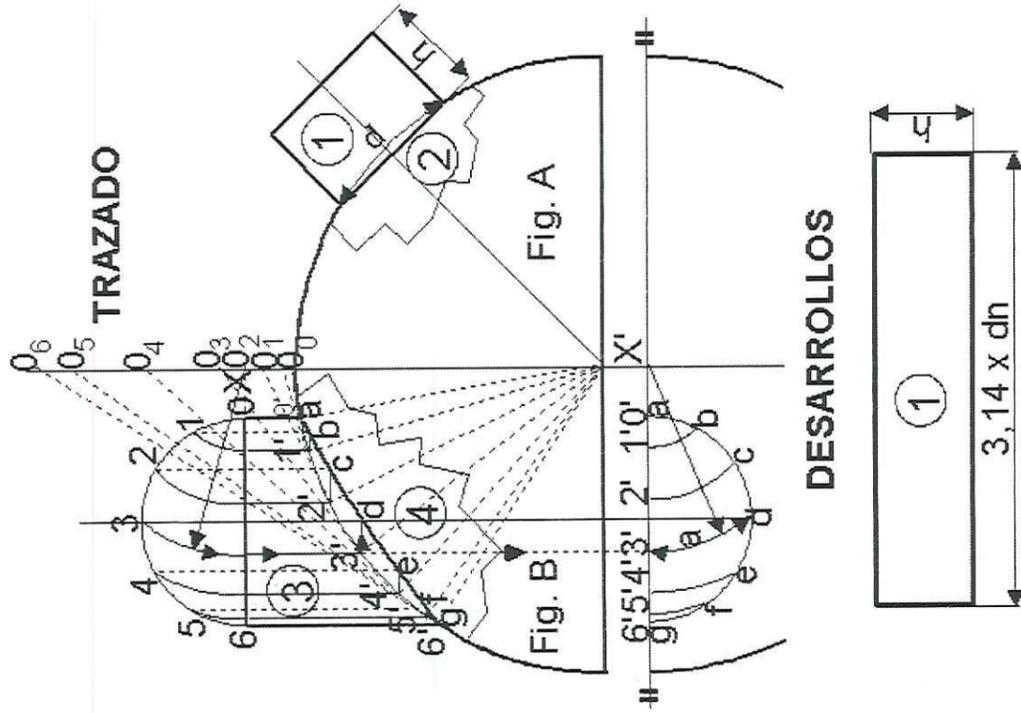


Figura 224. El trazado y los desarrollos correspondientes

Cuando la esfera se hace en gajos, el agujero podrá estar en un solo gajo o comprender varios, en función del tamaño de la esfera y la posición del cilindro; en cualquier caso se trazará de igual modo, respetando la posición que le corresponda.

#### 4.11.4 Trazado y desarrollo de la intersección de un cono con una esfera

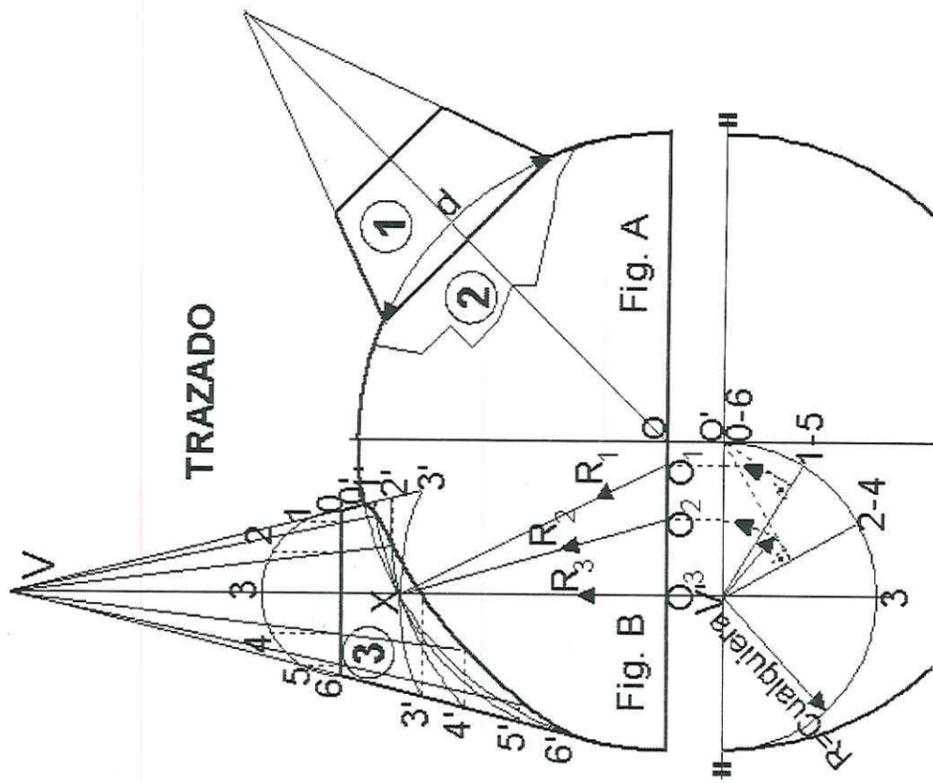
Se pueden presentar 2 casos:

- a) El eje del cono coincide con el eje de la esfera.
- b) El eje del cono es paralelo al eje de la esfera.

En ambos casos se traza el cono que injerta por el interior y la esfera por el exterior.

En el caso a, solamente se tiene que trazar una línea recta en el punto que incida el cono con la esfera. El desarrollo de dicho cono será un trapecio circular y el agujero en la esfera será una circunferencia de diámetro igual al arco de esfera comprendido en la intersección (figura 225A). En el caso b, se tiene que hacer un trazado para determinar la línea de intersección del cono con la esfera (figura 225B).

1. Para determinar la línea de intersección se traza, en la planta, una circunferencia de cualquier radio, dividida en partes iguales y se trazan perpendiculares a los radios de las divisiones que pasen por el punto  $O'$ , los puntos obtenidos sobre los radios se abaten con centro en  $V'$  y se proyectan al alzado, obteniendo los puntos  $O_1, O_2$  y  $O_3$ , desde los que se trazan los arcos de radio  $R_1, R_2$  y  $R_3$  que pasen por  $X$  y corten a las generatrices extremas en los puntos  $1', 2', \dots, 5'$ , los cuales se proyectan perpendicularmente al eje del cono para obtener los puntos de intersección al cortar a las generatrices del cono en (a, b, ..., e) (figura B).
2. El desarrollo del cono se realiza como otro cualquiera, tomando las generatrices en su verdadera magnitud en las generatrices extremas (puntos  $O', 1', \dots, 6'$ ) y trazando arcos que corten a las generatrices trazadas en el desarrollo, en los puntos ( $O', a, b, c, d, e$  y  $6'$ ) y para determinar el agujero en la esfera, se hará por presentación del cono una vez construida la esfera, bien sea entera o en gajos.



**TRAZADO**

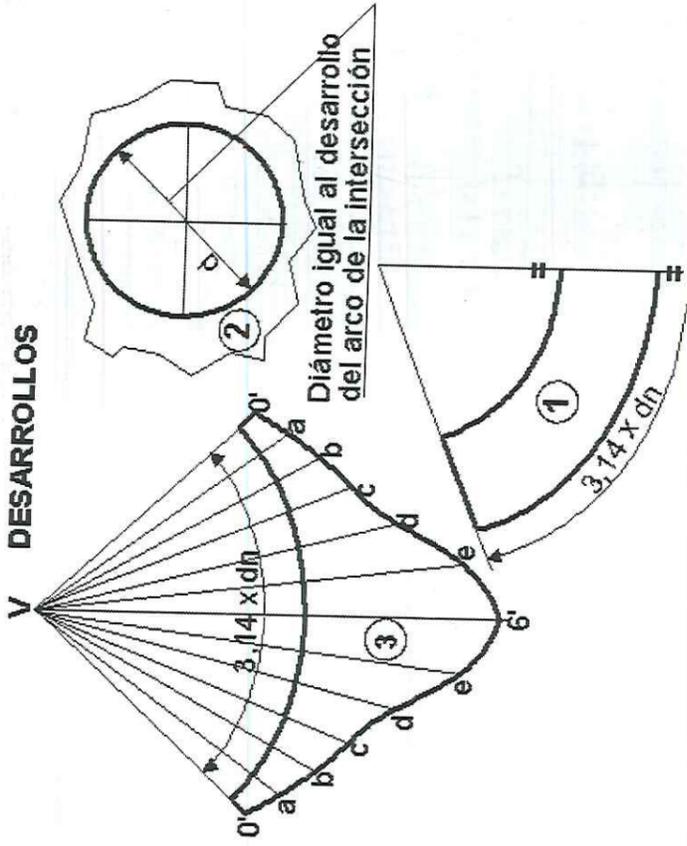


Figura 225. El trazado y los desarrollos correspondientes

**4.12 Codillos cónicos (preliminares)**

Cuando se necesita unir dos tuberías de distinto diámetro ( $d < D$ ) y que se encuentran situadas a  $90^\circ$ , el cuerpo intermedio que las une será un codillo cónico (figura 226). Este codo se puede construir de dos formas distintas:

- a) Codo cónico de bocas circulares formado por el enlace de conos de revolución.
- b) Codo cónico de bocas circulares formado por el enlace de conos oblicuos.

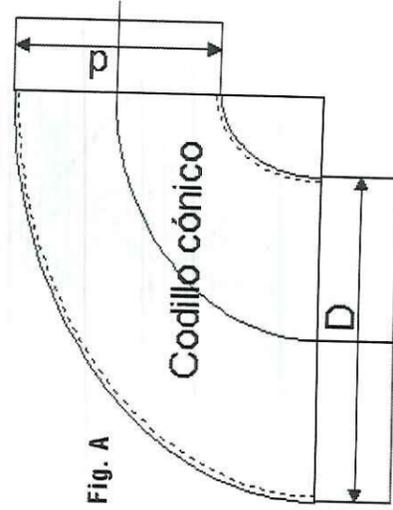


Figura 226. El codillo cónico

#### 4.12.1 Trazado y desarrollo de codillo cónico formado por conos de revolución

1. Por los puntos 0 y 4 (figura 227A) se trazan perpendiculares a las bocas y se traza un arco paralelo al del eje, a una distancia prudente para determinar los puntos 1 y 3, luego se divide de la distancia 1-3 en dos partes iguales, obteniendo el punto 2.

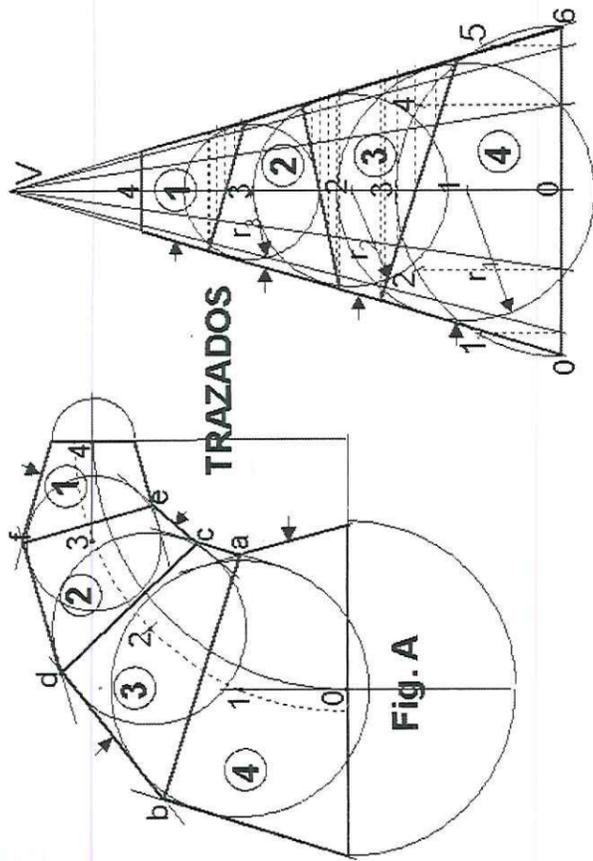


Fig. B

#### DESARROLLOS

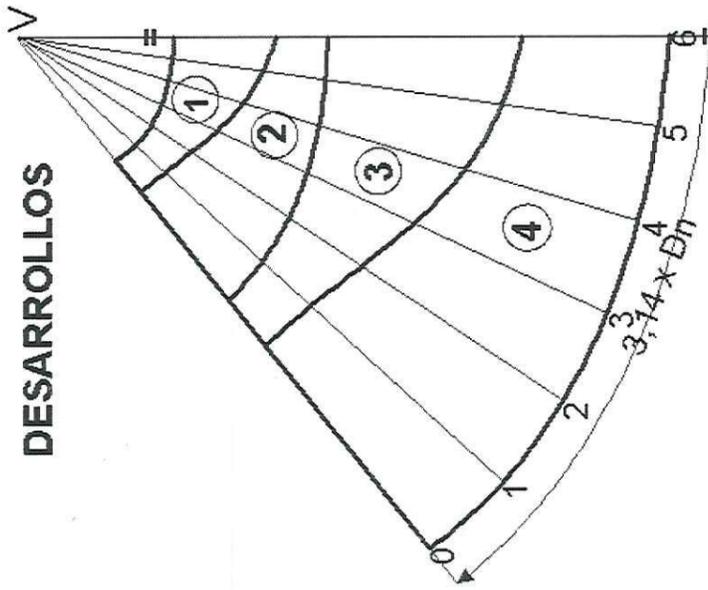


Figura 227. Los trazados y desarrollos correspondientes

2. Sobre un eje (figura 227B) se llevan las distancias 0-1, 1-2, 2-3 y 3-4 y, en los puntos 0 y 4, se trazan perpendiculares al eje y se llevan sobre ellas los diámetros de las bocas 0 y 4. Uniendo estas bocas entre sí nos dará un cuerpo tronco-cónico y con centro en los puntos 1, 2 y 3 se trazan circunferencias tangentes al cuerpo cónico, obteniendo los radios  $r_1, r_2, r_3$ .

3. Con los radios obtenidos se trazan en la (figura 227A) circunferencias y trazando tangentes a dichas circunferencias obtendremos los gajos del codillo por la intersección de sus generatrices en los puntos (a, b, c, ..., f).

4. Una vez obtenidos los gajos, se llevan estos a la (figura 227B), alternándolos y encajándolos para aprovechar la chapa, donde realizaremos el trazado para desarrollarlos como cualquier cono de revolución.

#### 4.12.2 Trazado y desarrollo de codillo cónico formado por conos oblicuos

1. Se divide el arco de  $90^\circ$  en 4 partes iguales (puntos 0, 1, 2, 3 y 4) y se trazan, por estos puntos, tangentes al arco hasta obtener los puntos e, f, g y h (figura 228A).

2. Sobre dos perpendiculares se llevan el radio mayor (R) y el menor (r) de las bocas y una de las 8 divisiones obtenidas anteriormente ( $1/8$ ) y se divide la diferencia entre (R) y (r) en tres partes iguales para obtener los radios (a, b y c) (figura 228B).

3. Con los radios obtenidos, y con centro en e, f, g y h, se trazan circunferencias que se cortarán entre sí y uniendo estos puntos de intersección obtendremos los gajos del codillo, en forma de conos oblicuos de bocas circulares.

#### TRAZADOS

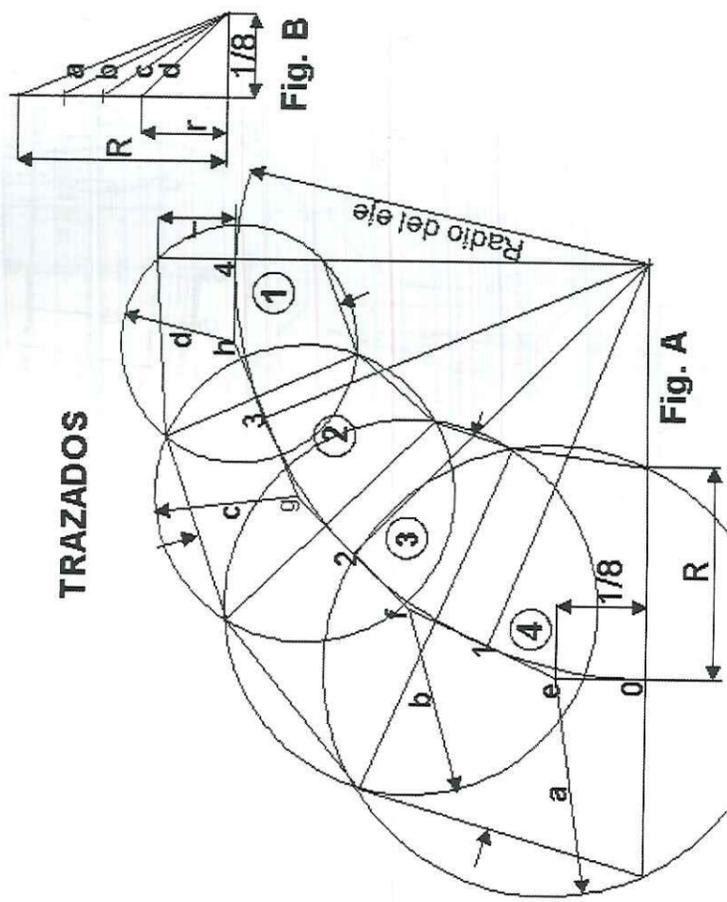


Fig. A

Fig. B

Figura 228a. Los trazados correspondientes

4. Para desarrollar estos gajos se pueden utilizar dos procedimientos explicados anteriormente:

- a) Cono oblicuo de vértice accesible, con cortes oblicuos (apartado 4.7.3).
- b) Cono oblicuo de vértice inaccesible, con cortes oblicuos (apartado 4.7.5).

Los gajos 1, 2 y 3, por ser de vértice accesible, se desarrollan por el mismo método visto en el apartado 4.7.3, pero el gajo 4, al ser de vértice inaccesible, se tiene que desarrollar por el método de triangulación, visto en el apartado 4.7.5.

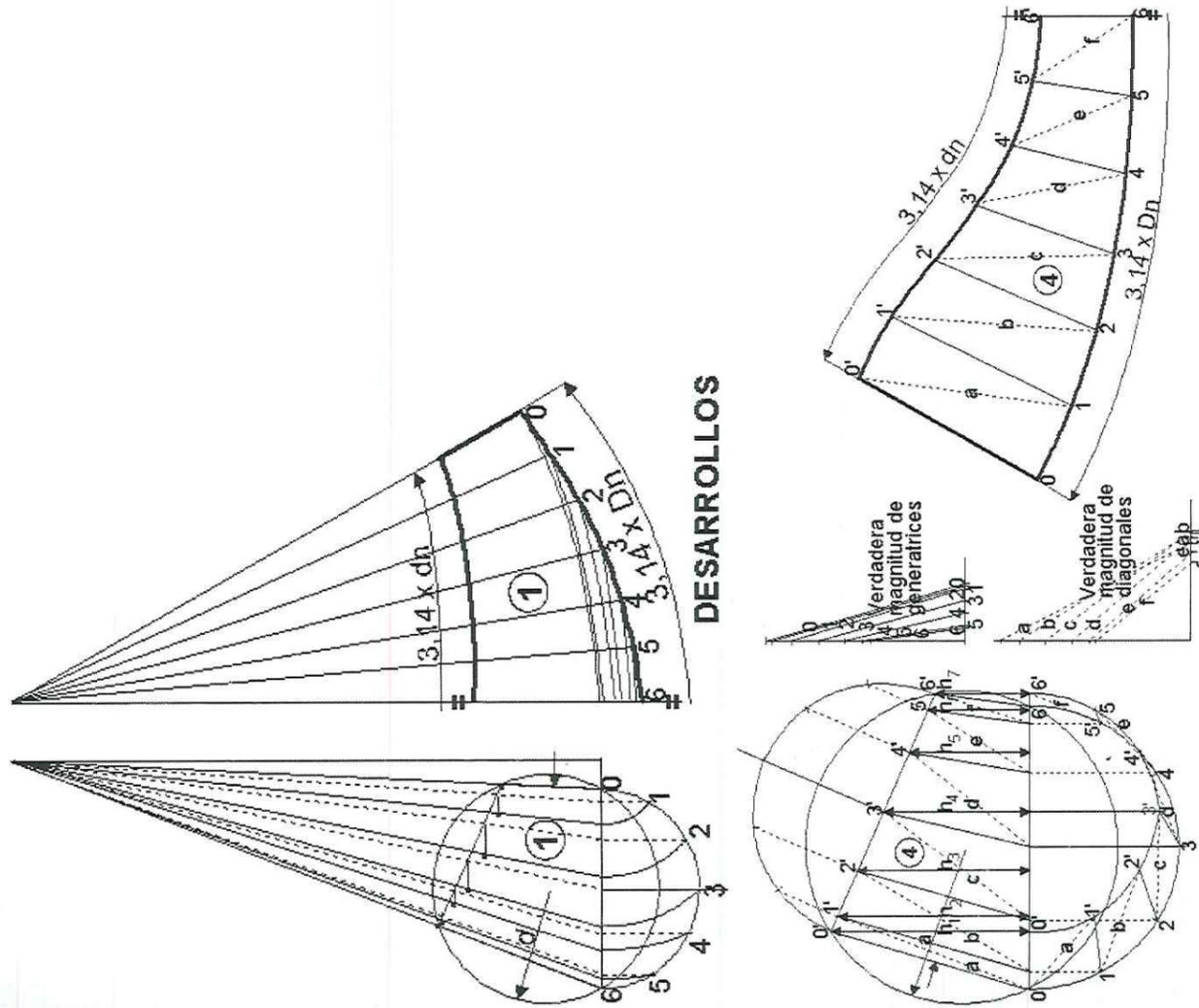


Figura 228b. Los desarrollos correspondientes

### 4.13 Cuerpos prismáticos (preliminares)

Los cuerpos prismáticos son los que están formados por caras planas. Con el fin de aprovechar el material y evitar soldaduras, se suelen hacer plegados, por lo que sus trazados han de hacerse por la línea interior, como hemos visto en el capítulo de plegado (apartados 3.4, 3.4.1, 3.4.2 y 3.4.3).

Se suelen hacer tuberías cuadradas o rectangulares para conducciones de ventilación y, en algunas ocasiones, se nos pueden presentar distintas formas o intersecciones con otras tuberías prismáticas o circulares, según se muestra en las siguientes figuras:

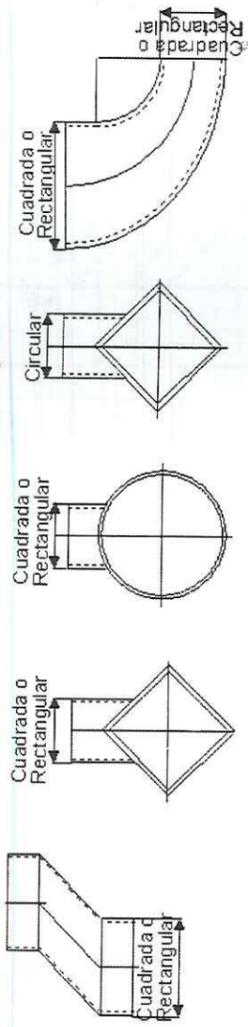


Figura 229. Algunos cuerpos prismáticos

#### 4.13.1 Desviación de una tubería prismática rectangular

1. Se traza por la línea interior en las partes que van plegadas y las soldaduras se hacen a toda madera, según el detalle X.
2. Las piezas 1 y 2 se desarrollan para plegar según se muestra en las figuras; las dimensiones que se han de llevar a los desarrollos están acotadas en las figuras.
3. Se unen los tres cuerpos procurando que no coincidan las soldaduras.

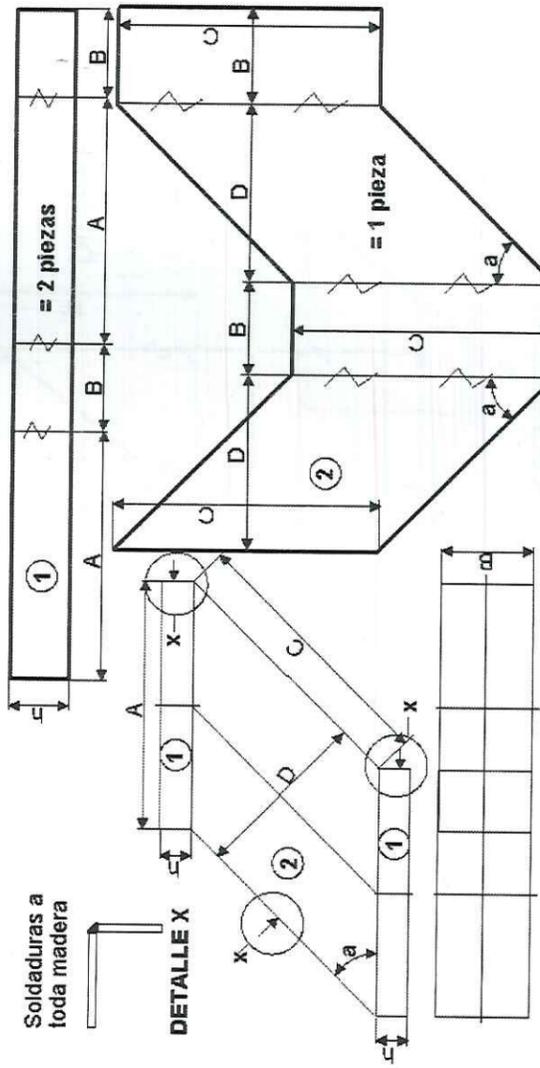


Figura 230. El trazado y los desarrollos correspondientes

#### 4.13.2 Intersección de dos tuberías prismáticas, cuadradas y ejes perpendiculares

1. Se traza el alzado y el perfil, el tubo que injerta por el interior y el injertado por el exterior. Para hallar la intersección en el alzado, se proyecta el punto de penetración del perfil al eje del alzado, que uniéndolo con los extremos del tubo nos dará la línea de intersección.

2. Se desarrollan ambos tubos, calculándolos por el interior (dado que se harán plegados), teniendo en cuenta que no coincidan las soldaduras. Las dimensiones que se deben llevar a los desarrollos están acotadas en las figuras.

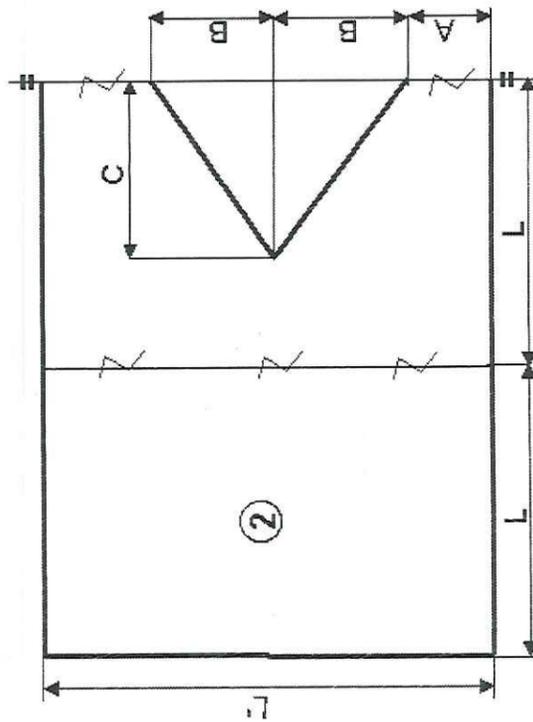
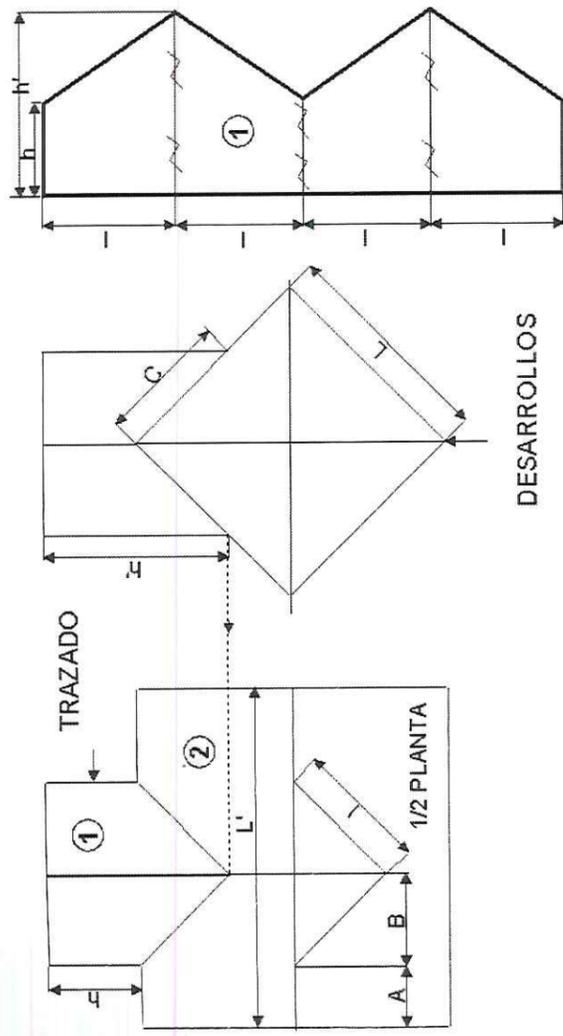


Figura 231. El trazado y los desarrollos correspondientes

### 4.13.3 Intersección de dos tuberías prismáticas, cuadradas y ejes oblicuos

1. Se traza el alzado y el perfil, el tubo que injeta por el interior y el injertado por el exterior. Para hallar la intersección en el alzado, se proyecta el punto penetración del perfil al eje del alzado, que uniéndolo con los extremos del tubo nos dará la línea de intersección.
2. Se desarrollan ambos tubos, calculándolos por el interior (dado que se harán plegados), teniendo en cuenta que no coincidan las soldaduras. Las dimensiones que se deben llevar a los desarrollos están acotadas en las figuras.

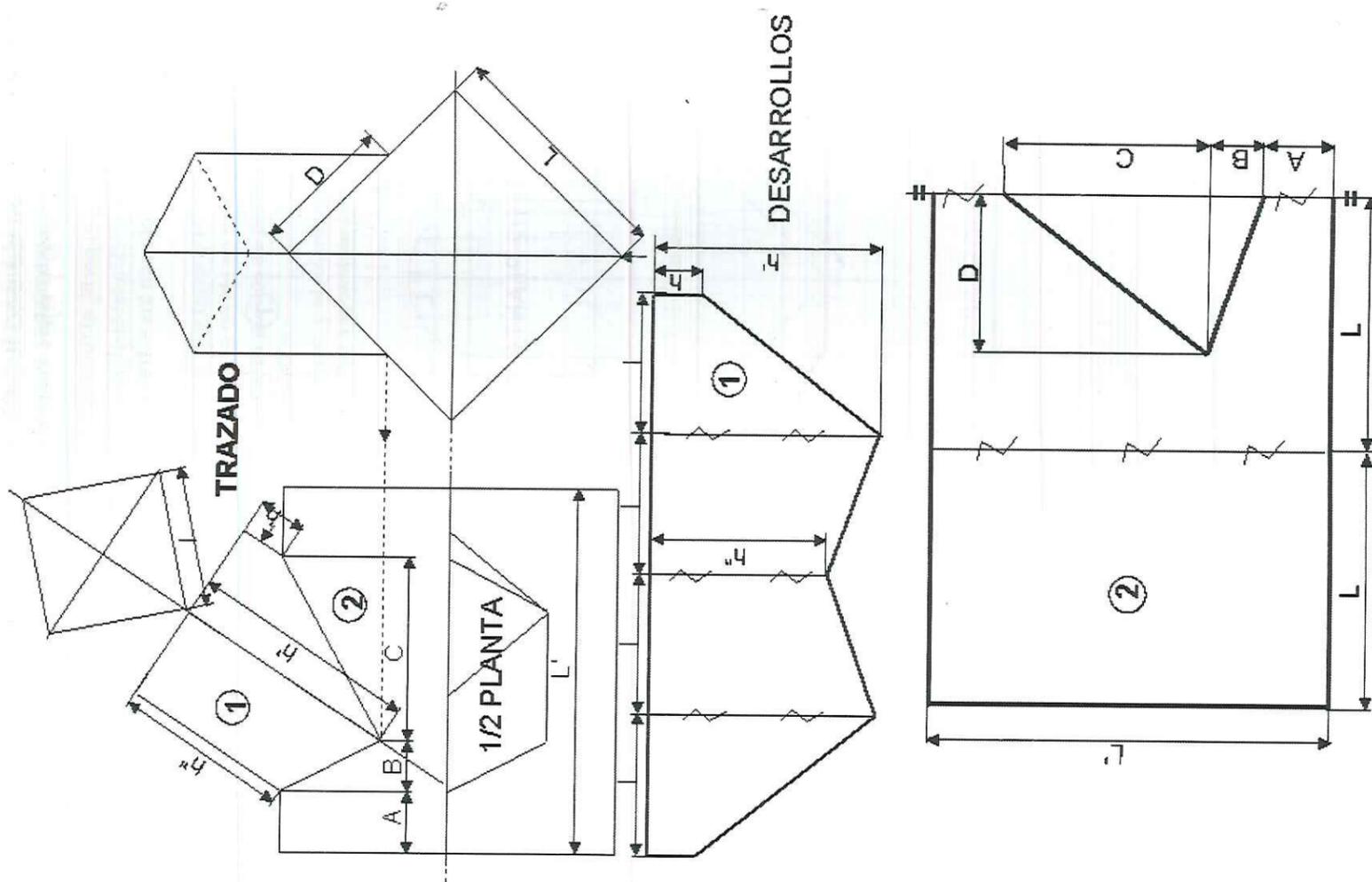


Figura 232. El trazado y los desarrollos correspondientes

### 4.13.4 Intersección de una tubería prismática cuadrada con un cilindro y ejes perpendiculares

1. Se traza el alzado y el perfil, el tubo que injerta por el interior y el injertado por el exterior. Para hallar la intersección en el alzado, se proyecta el punto penetración del perfil al eje del alzado, que uniéndolo con los extremos del tubo nos dará la línea de intersección.

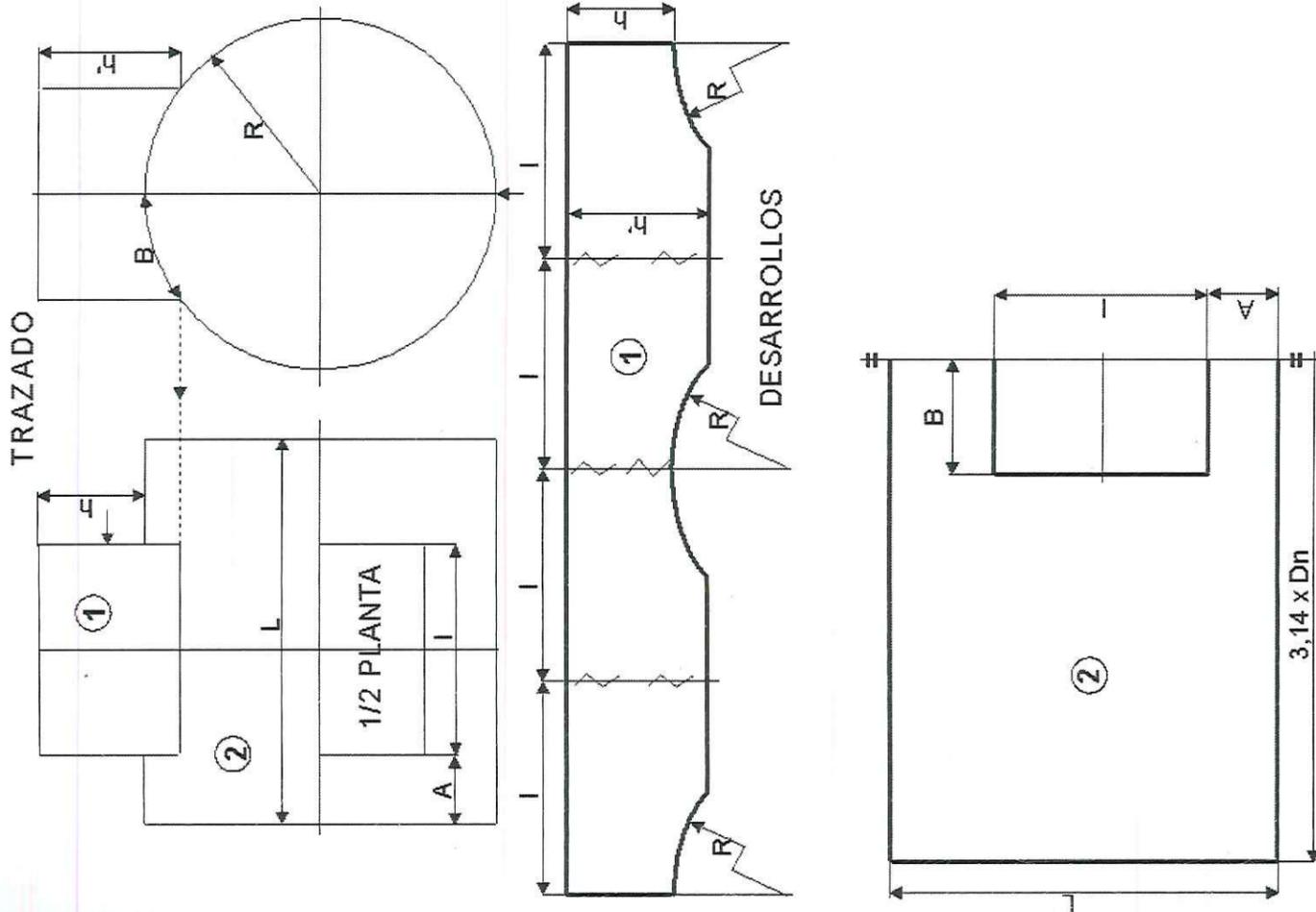


Figura 233. El trazado y los desarrollos correspondientes

2. Se desarrollan el tubo (1) por el interior (dado que se hará plegado) y el (2) por el neutro, teniendo en cuenta que no coincidan las soldaduras. Las dimensiones que se deben llevar a los desarrollos están acotadas en las figuras.

### 4.13.5 Intersección de un cilindro con una prismática cuadrada y ejes perpendiculares

1. Se traza en el alzado y perfil, el tubo que injerta por el interior y el injertado por el exterior, se traza una semicircunferencia en el tubo circular y se divide en partes iguales. Al trazar las generatrices del cilindro en el perfil, obtendremos los puntos de penetración que proyectados al alzado nos determinará la línea de intersección.
2. Se desarrollan ambos tubos, el cilíndrico por el neutro y el prismático por el interior por ir plegado, procurando que no coincidan las soldaduras. Las dimensiones que se deben llevar a los desarrollos, están acotadas en las figuras.

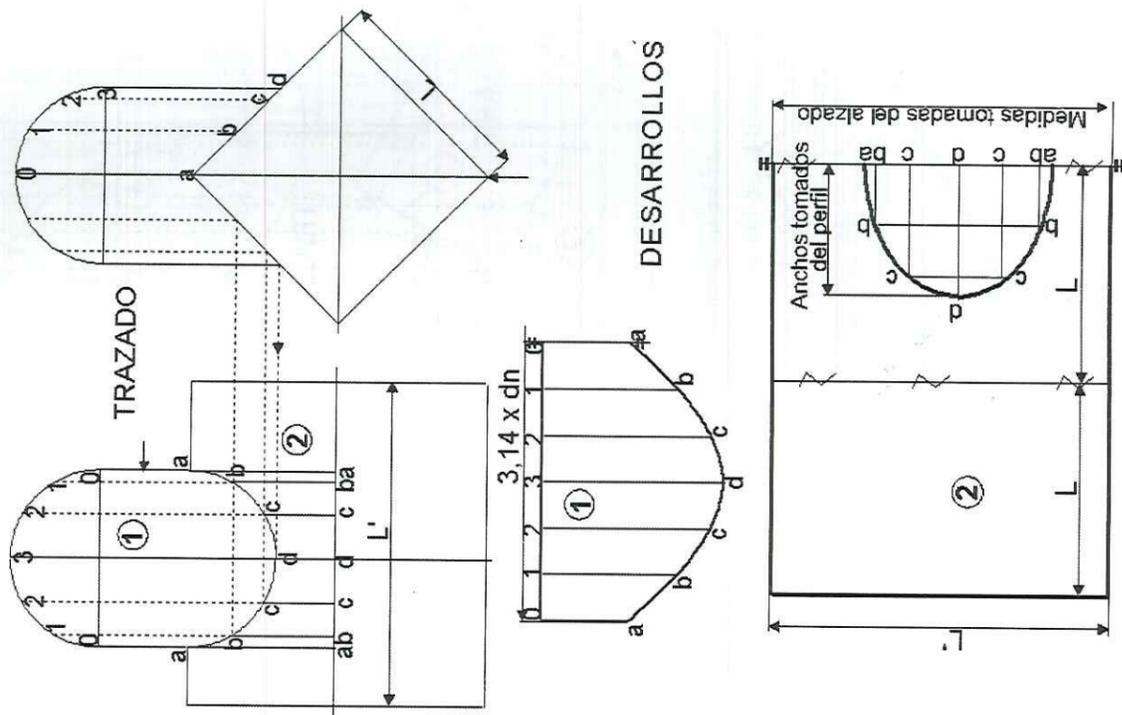


Figura 234. El trazado y los desarrollos correspondientes

### 4.13.6 Intersección de una tubería prismática rectangular con un cilindro y ejes desplazados

1. Trazamos los dos tubos en alzado y planta, el tubo rectangular por el interior y el circular por el exterior. Dividimos los lados del rectángulo en un número de partes iguales (puntos 0, 1, 2, ..., 9) y se proyectan al alzado para obtener las generatrices de penetración con el cilindro.
2. Para desarrollar el tubo rectangular 1, se llevan sobre una recta las distancias 0-1, 1-2, 2-3, ..., 9-0 y se trazan las generatrices en estos puntos. Sobre estas generatrices se llevan las alturas correspondientes, teniendo en cuenta que dicho cuerpo irá plegado.

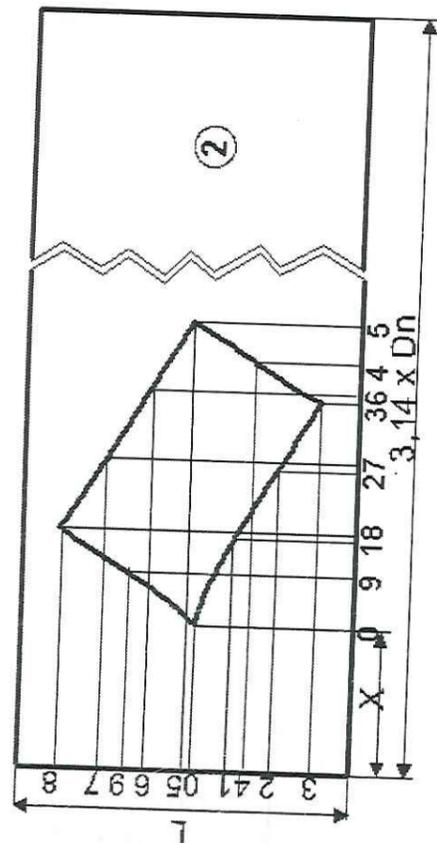
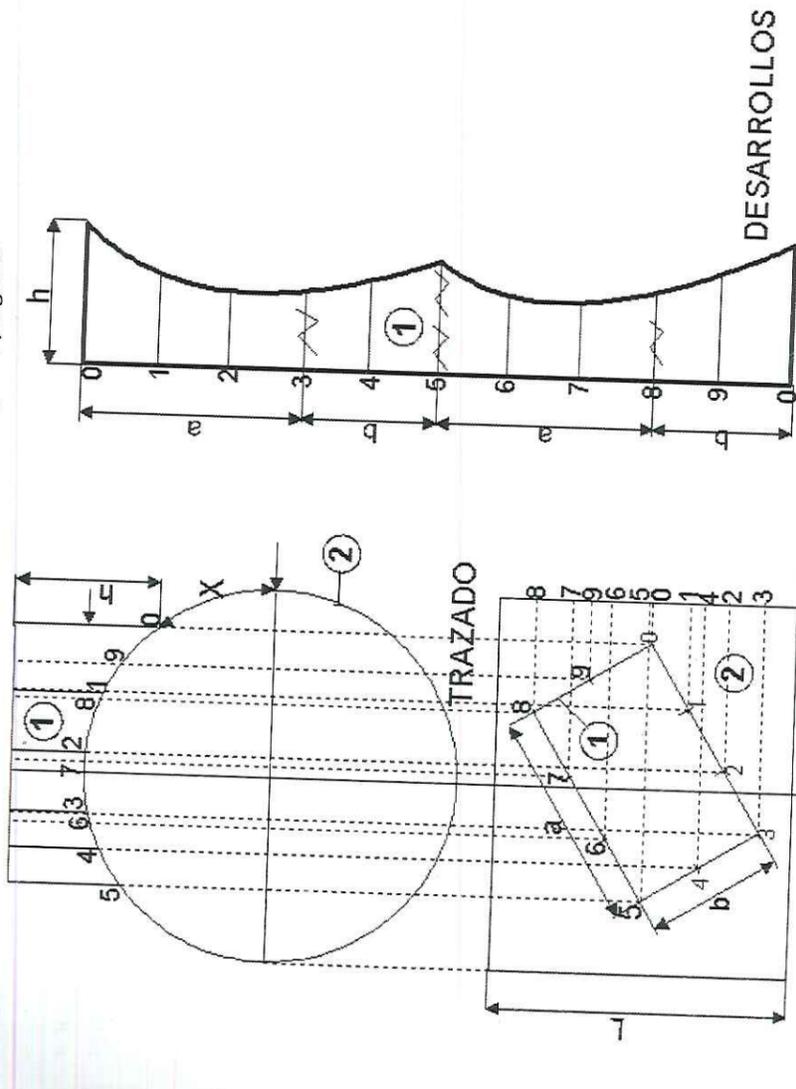


Figura 235. El trazado y los desarrollos correspondientes

### 4. Preliminares de los desarrollos

3. Para desarrollar el tubo circular 2, se llevan los desarrollos de los arcos, tomados del alzado (como la distancia X) y las proyecciones de las divisiones 0, 1, 2, ..., 9 señaladas en la figura del desarrollo.

### 4.13.7 Enlace de dos tuberías prismáticas a 90°

1. Dado que una de las bocas es rectangular y la otra cuadrada, trazamos el alzado, 1/2 planta y el perfil, por el interior para las zonas que irán plegadas o soldadas a toda madera.
2. Dividimos el lateral del perfil en varias partes (puntos 0, 1, 2, ..., 5) y los proyectamos al alzado para obtener los puntos 0', 1', 2', 3' y 4' en la curva menor y 0'', 1'', 2'', 3'', 4'' y 5'' en la curva mayor, los cuales nos servirán para desarrollar las piezas 1, 2 y 3 que componen el cuerpo.

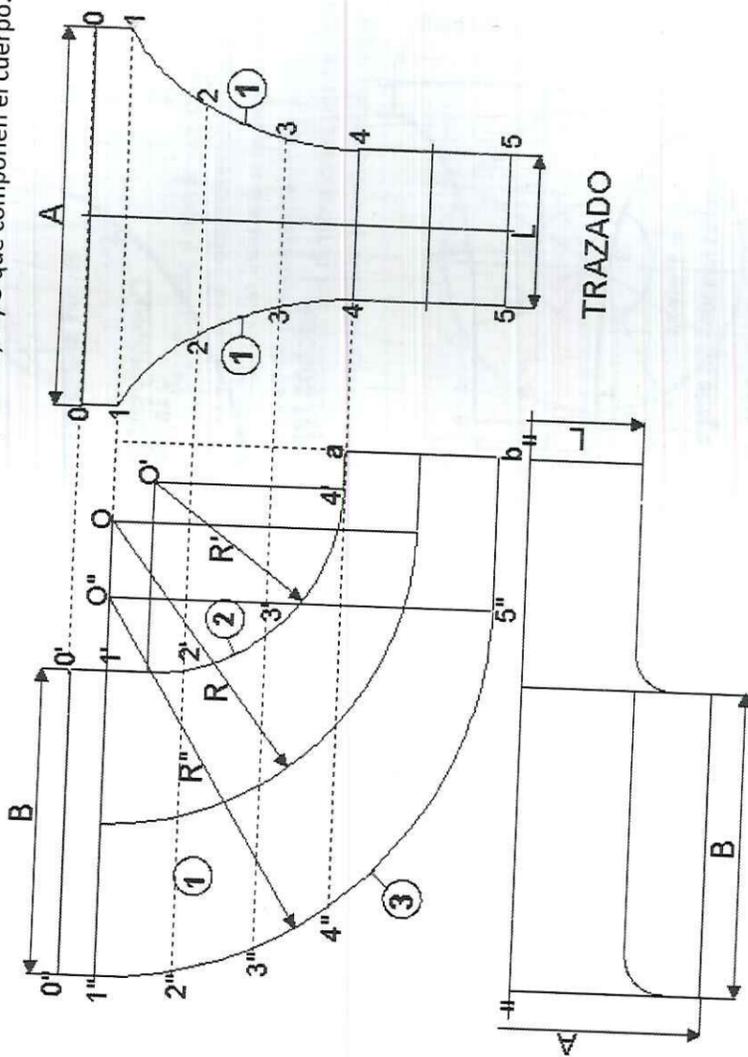


Figura 236a. El trazado correspondiente

3. Para desarrollar la pieza 1 tomaremos los desarrollos del perfil (puntos 0, 1, ..., 5) y los anchos del alzado (distancias 0'-0'', 1'-1'', etc.). Para desarrollar la pieza 2 tomaremos los desarrollos del alzado (puntos 0', 1', ..., 4' y a) y los anchos del perfil (distancias 0-0, 1-1, etc.). Para desarrollar la pieza 3 tomaremos los desarrollos del alzado (puntos 0'', 1'', ..., 5'' y b) y los anchos del perfil (distancias 0-0, 1-1, etc.), y se llevan todas ellas según está acotado en las figuras de sus correspondientes desarrollos.

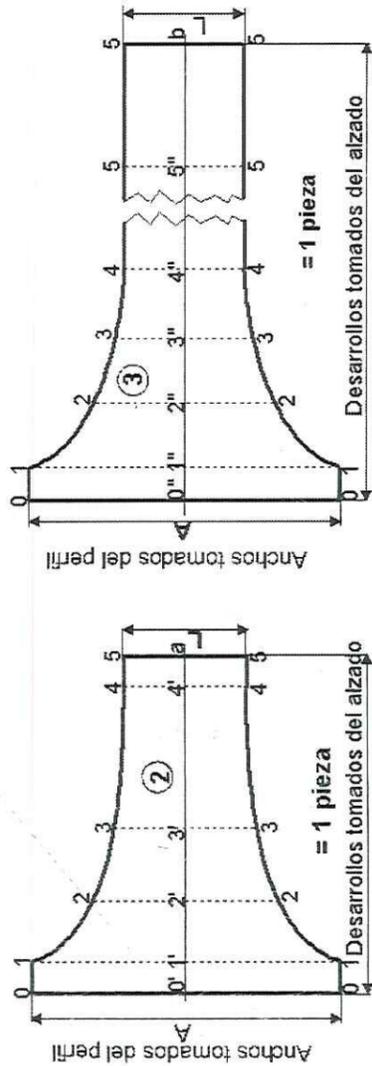
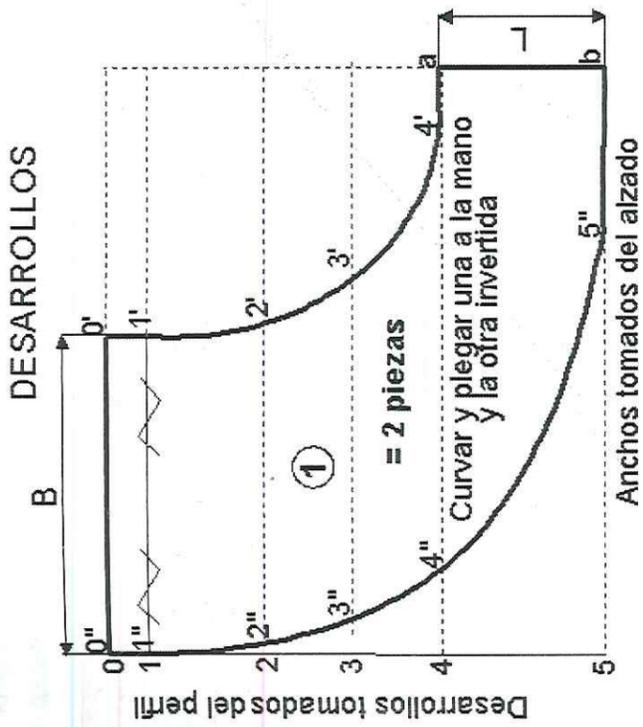


Figura 236b. Los desarrollos correspondientes

### 4.14 Trazado de la hélice (preliminares)

El trazado de la hélice tiene varias aplicaciones (figura 237):

1. Para un transportador de tornillo sin-fin (figura 237A).
2. Para una canaleta helicoidal (figura 237B).
3. Para una escalera helicoidal con barandilla (escalera de caracol) (figura 237C).

#### 4.14.1 Trazado y desarrollo de la hélice para un transportador de tornillo sin fin

1. Se traza el alzado y el perfil de los diámetros del núcleo (d) y de la hélice (D) y se dividen en el mismo número de partes iguales, en el perfil los diámetros y en el alzado el de cada paso de hélice.

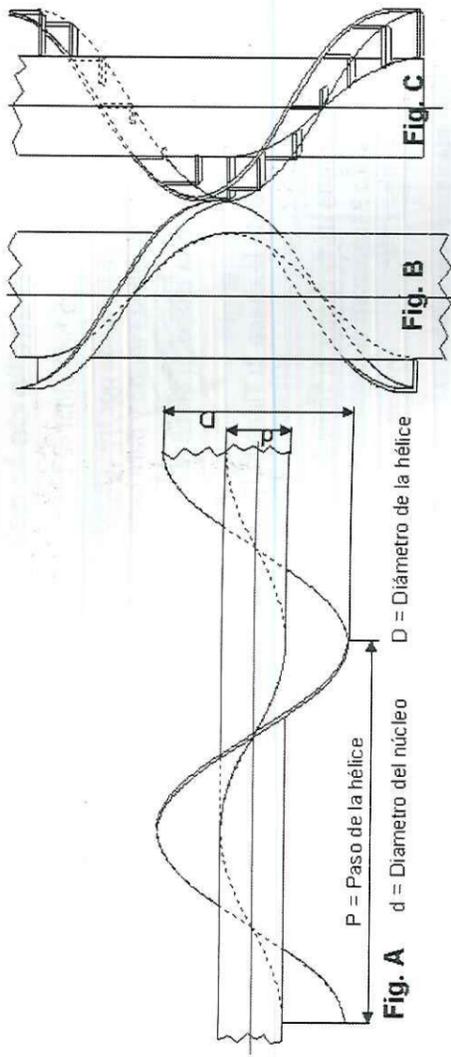
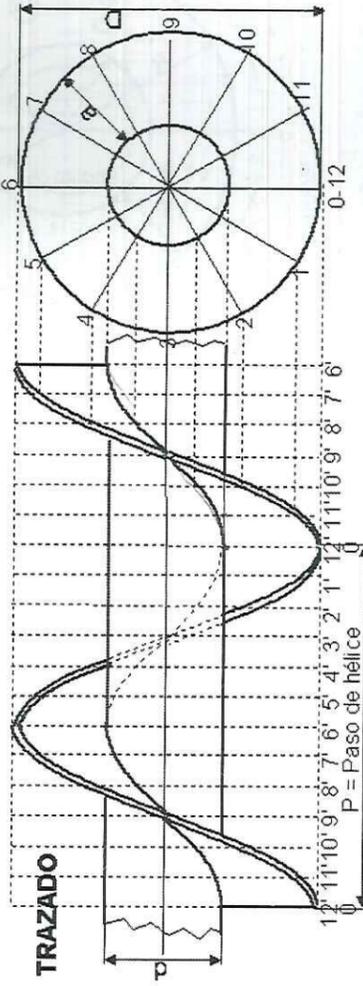


Figura 237. El trazado de distintas hélices

2. Se proyectan las divisiones del perfil (puntos 0, 1, 2, ..., 12) al alzado y donde corten a las divisiones correspondientes del paso de hélice (líneas 0', 1', 2', ..., 12') obtendremos los puntos que nos darán la forma de la hélice. El sentido de la numeración indicará si la hélice es de paso izquierdo o derecho (en el ejemplo representado es de paso derecho).
3. Para trazar el desarrollo de la chapa de cada paso, se calculan sus dimensiones por las fórmulas indicadas y se harán tantas chapas como pasos tenga la hélice (en el ejemplo representado hay 1 y 1/2 pasos = 1 y 1/2 chapas).



#### DESARROLLO

$$I = \sqrt{(3,14 \times d)^2 + P^2}$$

$$L = \sqrt{(3,14 \times D)^2 + P^2}$$

$$r = \frac{I \times a}{L - I}$$

$$A = \frac{I \times 180}{81,8 \times 180}$$

$$B = \frac{360 - A}{2}$$

En el ejemplo representado:  
 D = 47 m.m    d = 19 m.m  
 a = 14 m.m    P = 56 m.m  
 $I = \sqrt{(3,14 \times 19)^2 + 56^2} = 81,8$   
 $L = \sqrt{(3,14 \times 47)^2 + 56^2} = 157,8$   
 $r = \frac{81,8 \times 14}{157,8 - 81,8} = 15 \text{ m.m}$   
 $A = \frac{81,8 \times 180}{81,8 \times 180} = 3,14^\circ$   
 $B = \frac{360 - 3,14}{2} = 24^\circ$

Figura 238. El trazado y el desarrollo correspondiente

### 4.14.2 Trazado y desarrollo de la hélice para una canaleta helicoidal

1. La forma de la canaleta helicoidal se traza como en el caso anterior.
2. Estando la canaleta formada por tres chapas (según la figura 239A), se tiene que desarrollar cada chapa del siguiente modo y para cada uno de los pasos de la hélice:
  - a) **Desarrollo de la chapa 1:** Tiene la forma de la figura 239B y se utilizan las fórmulas del recuadro 1.
  - b) **Desarrollo de la chapa 2:** Tiene la forma de la figura 239C y se utilizan las fórmulas del recuadro 2.
  - c) **Desarrollo de la chapa 3:** Tiene la forma de la figura 239D y se utilizan las fórmulas del recuadro 3 (como en el caso anterior).

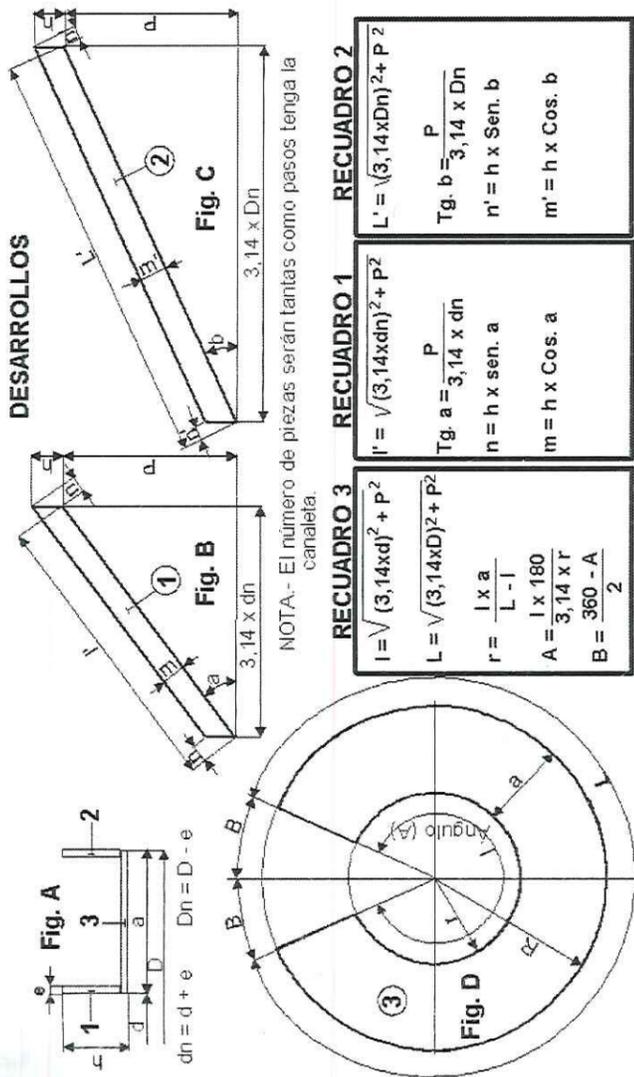


Figura 239. El trazado y los desarrollos correspondientes

### 4.14.3 Trazado y desarrollo de escalera helicoidal con barandilla (escalera de caracol)

1. La forma de la escalera helicoidal se traza como en los casos anteriores.
2. Estando la escalera formada por cinco piezas (figura 240A), se tiene que desarrollar cada pieza del siguiente modo y para cada paso de la hélice:
  - a) **Desarrollo de la pieza 1 (pasamanos):** Tiene la forma de la figura 240B y se utilizan las fórmulas del recuadro 1.
  - b) **Despiece de la pieza 2 (pies):** Tiene la forma de la figura 240C y el número de piezas depende de que se proyecte su colocación cada 2, 3 o 4 peldaños.
  - c) **Desarrollo de la pieza 3 (quita miedos):** Tiene la forma de la figura 240B y se utilizan las fórmulas del recuadro 1 (como en la pieza 1).
  - d) **Desarrollo de la pieza 4 (rodapié):** Tiene la forma de la figura 240D y se utilizan las fórmulas del recuadro 2.

e) **Desarrollo de la pieza 5 (peldaños):** Tiene la forma de la figura 240E y se utilizan las fórmulas del recuadro 3.

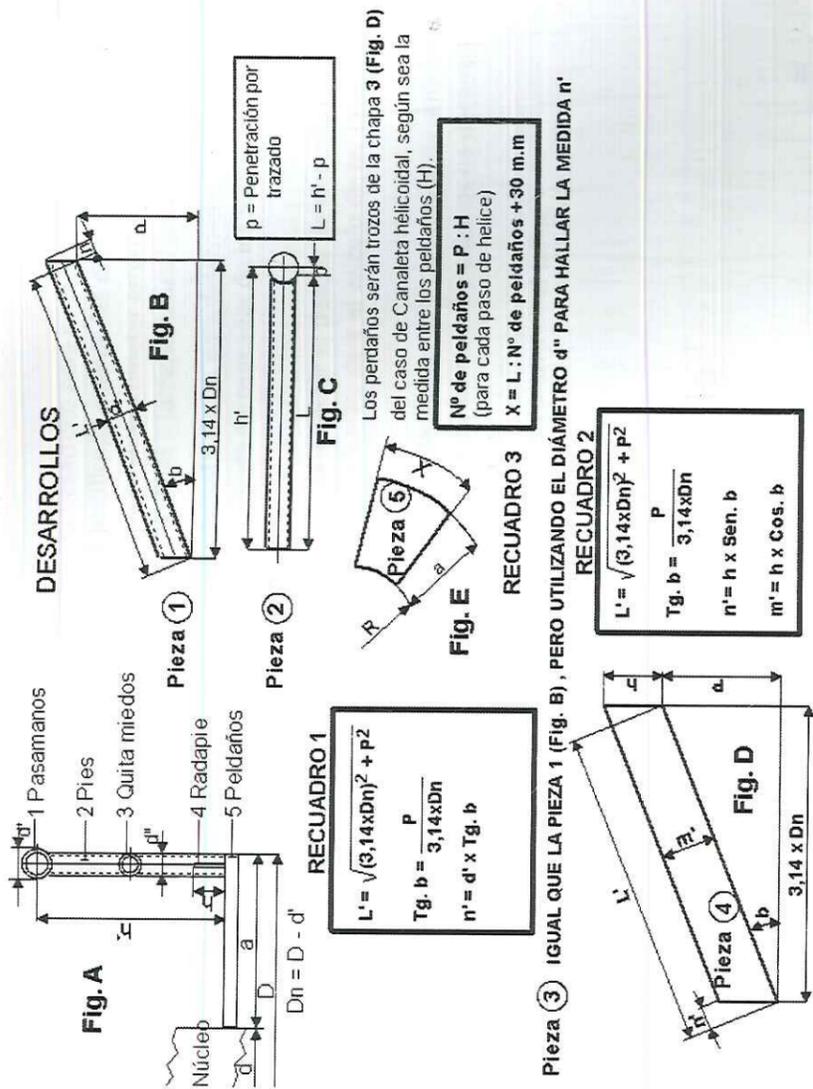


Figura 240. El trazado y los desarrollos correspondientes

## 5. Cálculo de desarrollos (preliminares)

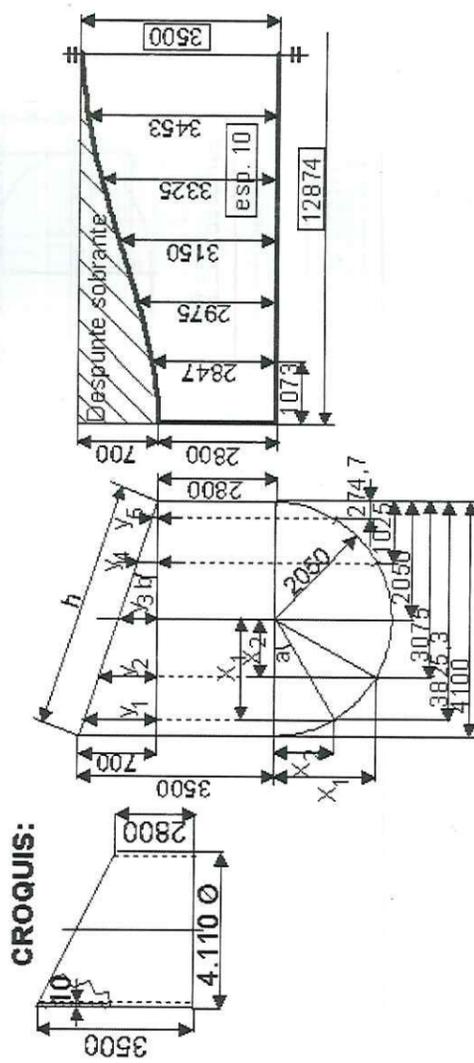
Este cálculo tiene tres finalidades:

- El cálculo exacto de todas las dimensiones del desarrollo para su fabricación, sin necesidad de hacer ningún trazado. Este cálculo estará justificado cuando las dimensiones de la pieza sean muy grandes y al tener que trazar a escala podamos cometer errores importantes, de lo contrario es preferible hacer el trazado y las plantillas a tamaño natural para enviar al taller.
- El cálculo de las dimensiones máximas de la longitud y ancho, para determinar las medidas en bruto para el presupuesto de la obra, las dimensiones aproximadas de los sobrantes, el peso en bruto y el peso en acabado con aproximación.
- El cálculo de la longitud de corte, necesaria para determinar el tiempo de ejecución en máquina y el consumo de gases si fuera oxicotada. Además, para el cálculo de las longitudes soldadas.

Para hacer estos cálculos utilizaremos los conocimientos de geometría y trigonometría reflejados en los apartados del 2.1 al 2.27. Seguidamente, veremos varios casos de cálculos de desarrollos que nos sirvan como ejemplos, en los que determinaremos:

- Todas las dimensiones necesarias para el trazado de las piezas en el taller.
- El peso en bruto y en acabado de la pieza.
- La longitud de corte y de soldadura.

### 5.1 Cálculos en un cilindro truncado



1) Cálculo de las dimensiones para el trazado de la pieza en el taller:

$$dh = 4110 - 10 = 4100 \text{ mm}; a^\circ = 360^\circ / 12 = 30^\circ; 3500 - 2800 = 700 \text{ mm.}$$

$$\cos 30^\circ = X_1 / 2050; X_1 = 2050 \times 0,866 = 1775,3 \text{ mm.}$$

$$\cos 60^\circ = X_2 / 2050; X_2 = 2050 \times 0,5 = 1025 \text{ mm.}$$

$$2050 + 1775,3 = 3825,3 \text{ mm}; 2050 + 1025 = 3075 \text{ mm.}$$

$$2050 - 1025 = 1025 \text{ mm}; 2050 - 1775,3 = 274,7 \text{ mm.}$$

$$\text{Tg } b^\circ = 700 / 4100 = 0,17073; \text{arcTg } 0,17073 = b^\circ = 9^\circ 41' 20''.$$

$Tg b^\circ = Y_1 / 3825,3; Y_1 = 3825,3 \times Tg b^\circ; Y_1 = 3825,3 \times 0,17073 = 653 \text{ mm.}$   
 $Y_2 = 3075 \times 0,17073 = 525 \text{ mm}; Y_3 = 2050 \times 0,17073 = 350 \text{ mm.}$   
 $Y_4 = 1025 \times 0,17073 = 175 \text{ mm}; Y_5 = 274,7 \times 0,17073 = 47 \text{ mm.}$   
 Alturas de las generatrices para el desarrollo: 2800 mm; 2800 + 47 = 2847 mm.  
 2800 + 175 = 2975 mm; 2800 + 350 = 3150 mm; 2800 + 525 = 3325 mm.  
 2800 + 653 = 3453 mm; 3500 mm.

Desarrollo =  $3,14 \times 4100 = 12874 \text{ mm}$ ; Divisiones =  $12874 / 12 = 1073 \text{ mm.}$

**2) Cálculo del peso en bruto y en acabado:** Para calcular los pesos, tomaremos el peso específico del acero: 7,85 Kg/dm<sup>3</sup>. Las dimensiones en bruto son las medidas recuadradas en el desarrollo: 12874 x 3500 x 10 mm (para el cálculo se toman estas medidas en dm).

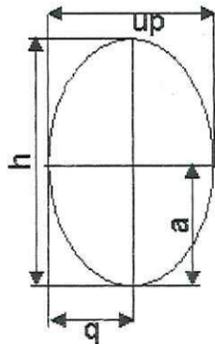
$Pb = 128,74 \times 35 \times 0,1 \times 7,85 = 3.537 \text{ Kg.}$

$Pa = 3.537 - (7 \times 128,74 / 2 \times 0,1 \times 7,85) = 3.537 - 353,7 = 3.183,3 \text{ Kg.}$

**3) Cálculo de la longitud de corte y longitud de soldadura:** Para la longitud de corte necesitaremos determinar el perímetro del desarrollo en metros.

Para determinar la longitud de la curva del desarrollo, calcularemos el perímetro de la elipse formada por el corte oblicuo.

**Perímetro de la elipse:**  $Pe = 3,14 \times \sqrt{2(a^2 + b^2)}$



$Hh = \sqrt{4100^2 + 700^2} = 4159,3 \text{ m.m}$

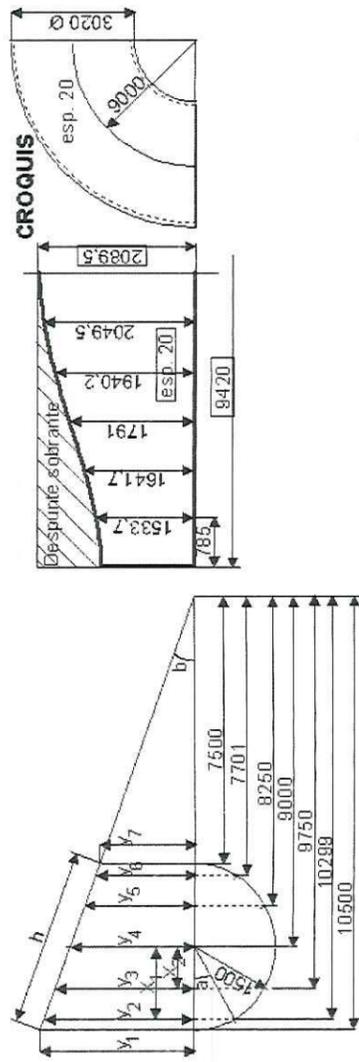
$a = 4159,3 : 2 = 2079,65 \text{ m.m}$

$b = 4100 : 2 = 2050 \text{ m.m}$

**Longitud de corte:**  $Lc = 12,874 + 2,8 \times 2 + 3,14 \times \sqrt{2(2,079^2 + 2,05^2)} = 31,45 \text{ mts.}$

**Longitud de soldadura:** En este caso será la generatriz menor del cilindro truncado.  $Ls = 2,8 \text{ mts.}$

**5.2 Cálculos en un codillo a 90°**



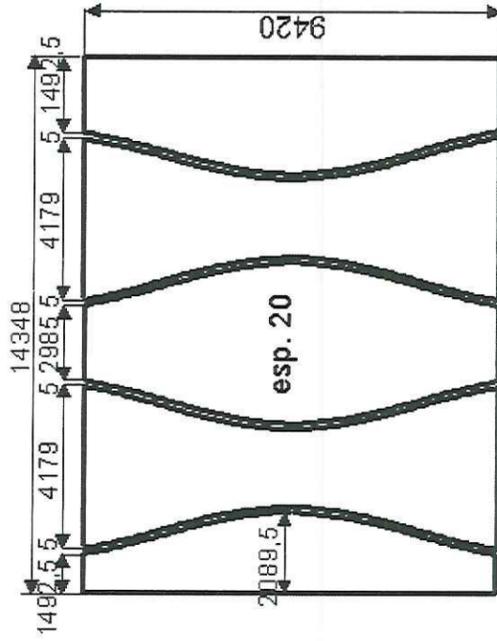
**1) Cálculo de las dimensiones para el trazado de la pieza en el taller:**

Para el cálculo, tomaremos una de las 8 divisiones del codillo (3 + 2 gajos).

$b = 90^\circ / 8 = 11^\circ 15'$  para cada uno de los gajos de los extremos.  
 $\text{Cos } 30^\circ = X_1 / 1500; X_1 = 1500 \times 0,866 = 1299 \text{ mm.}$   
 $\text{Cos } 60^\circ = X_2 / 1500; X_2 = 1500 \times 0,5 = 750 \text{ mm.}$   
 $Tg 11^\circ 15' = Y_1 / 10500; Y_1 = 10500 \times 0,199 = 2089,5 \text{ mm.}$   
 $Y_2 = 10299 \times 0,199 = 2049,5 \text{ mm}; Y_3 = 9750 \times 0,199 = 1940,25 \text{ mm.}$   
 $Y_4 = 9000 \times 0,199 = 1791 \text{ mm}; Y_5 = 8250 \times 0,199 = 1641,75 \text{ mm.}$   
 $Y_6 = 7707 \times 0,199 = 1533,7 \text{ mm}; Y_7 = 7500 \times 0,199 = 1492,5 \text{ mm.}$

**2) Cálculo del peso en bruto y acabado:**

Para aprovechar el material, el marcado de los gajos se realiza encajándolos según figura:



Dimensiones en bruto:

$14.348 \times 9.420 \times 20$

$Pb = 143,48 \times 94,2 \times 0,2 \times 7,85 = 21.220 \text{ Kg.}$

$Pa = 143,28 \times 94,2 \times 0,2 \times 7,85 = 21.190 \text{ Kg.}$

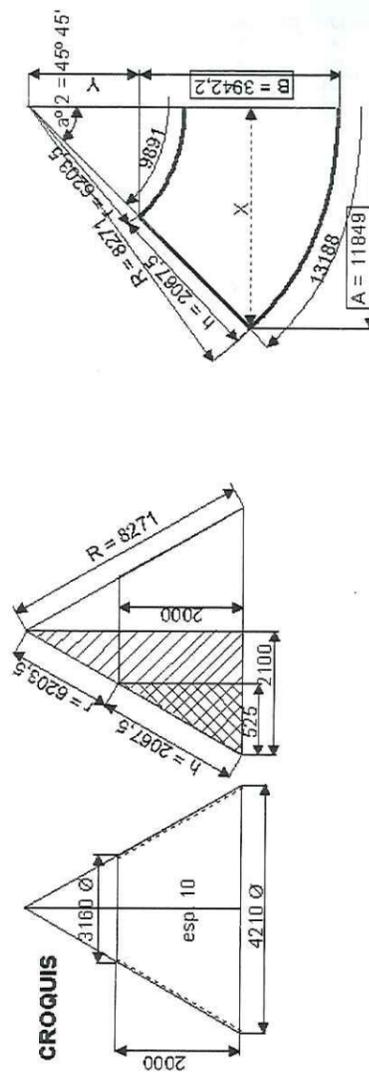
**3) Cálculo de la longitud de corte y longitud de soldadura:**

$h = \sqrt{3000^2 + 597^2} = 3059 \text{ mm}; a = 3059 / 2 = 1529,5 \text{ mm}; b = 1500 \text{ mm.}$

a)  $Lc = (14,328 + 9,42) \times 2 + 3,14 \times \sqrt{2 \times (1,5295^2 + 1,5^2)} \times 4 = 85,5 \text{ mts.}$

b)  $Ls = 14,328 + (3,14 \times \sqrt{2 \times (1,5295^2 + 1,5^2)}) \times 4 = 52,5 \text{ mts.}$

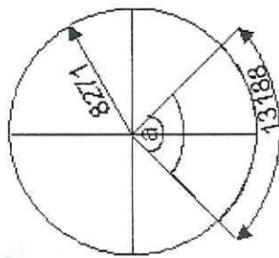
**5.3 Cálculos en un tronco de cono con cortes perpendiculares al eje**



1) Cálculo de las dimensiones para el trazado de la pieza en el taller:

$D_n = 4210 - 10 = 4200 \text{ mm}$ ;  $dh = 3160 - 10 = 3150 \text{ mm}$ .  
 $4200 - 3150 = 525 \text{ mm}$ ;  $h = \sqrt{525^2 + 2000^2} = 2067,5 \text{ mm}$ .  
 $525 / 2100 = 2067,5 / R$ ;  $R = 2067,5 \times 2100 / 525 = 8271 \text{ mm}$ .  
 $r = 8271 - 2067,5 = 6203,5 \text{ mm}$ ;  $\text{Des.} = 3,14 \times 4200 = 13188 \text{ mm}$ .  
 $\text{des.} = 3,14 \times 3150 = 9891 \text{ mm}$ .

Cálculo de las dimensiones máximas (medidas en bruto):



$a \text{ } 360^\circ$  ----- le corresponde  $3,14 \times 2 \times 8271$   
 $a \text{ } a^\circ$  ----- le corresponderá  $13188 \text{ m.m}$   
 $a^\circ = 13188 \times 360^\circ / 6,28 \times 8271 = 91^\circ 30'$

$\text{Cos } 45^\circ 30' = Y / 6203,5$ ;  $Y = 6203,5 \times 0,6978 = 4328,8 \text{ mm}$ .  
 $B = 8271 - 4328,8 = 3942,2 \text{ mm}$ .  
 $\text{Sen. } 45^\circ 30' = X / 8271$ ;  $X = 8271 \times 0,7163 = 5924,5 \text{ mm}$ .  
 $A = 2 \times X = 2 \times 5924,5 = 11849 \text{ mm}$ .

2) Cálculo del peso en bruto y acabado:

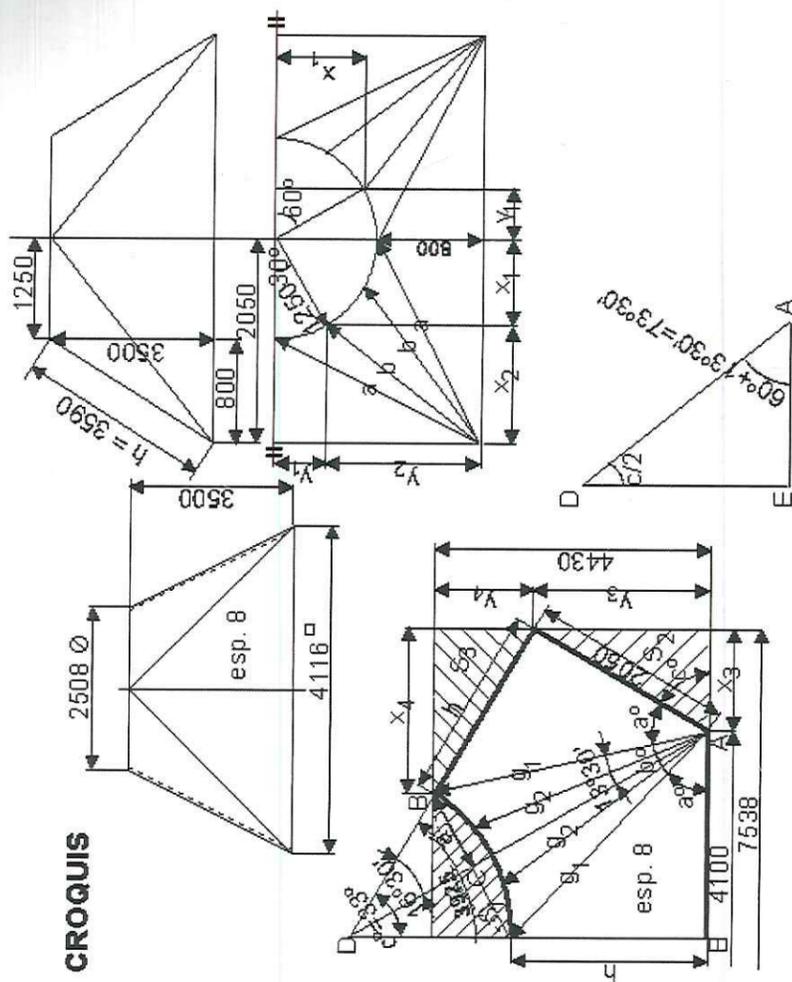
$P_b = 118,49 \times 39,42 \times 0,1 \times 7,85 = 3.666,5 \text{ Kg}$ .  
 $P_a = 131,88 + 98,91 / 2 \times 20,67 \times 0,1 \times 7,85 = 1.872,5 \text{ Kg}$ .  
 3) Cálculo de la longitud de corte y longitud de soldadura:  
 Longitud de corte:  $L_c = 13,188 + 9,891 + 2,67 \times 2 = 28,4 \text{ mts}$ .  
 Longitud de soldadura:  $L_s = 2,067 = 2,1 \text{ mts}$ .

5.4 Cálculos en una tolva de bocas circular y cuadrada

1) Cálculo de las dimensiones para el trazado de la pieza en el taller:

$dh = 2508 - 8 = 2500 \text{ mm}$ ; Boca  $\square$  int. =  $4116 - 16 = 4100 \text{ mm}$ .  
 $\text{Sen } 30^\circ = Y_1 / 1250$ ;  $Y_1 = 1250 \times 0,5 = 625 \text{ mm}$ .  
 $\text{Cos } 30^\circ = X_1 / 1250$ ;  $X_1 = 1250 \times 0,866 = 1082,5 \text{ mm}$ .  
 $X_2 = 2050 - 1082,5 = 967,5 \text{ mm}$ .  
 $Y_2 = 2050 - 625 = 1425 \text{ mm}$ ;  $2050 - 1250 = 800 \text{ mm}$ .  
 $a = \sqrt{2050^2 + 800^2} = 2200,5 \text{ mm}$ ;  $b = \sqrt{1425^2 + 967,5^2} = 1722,5 \text{ mm}$ .  
 $g_1 = \sqrt{2200,5^2 + 3500^2} = 4134 \text{ mm}$ ;  $g_2 = \sqrt{1722,5^2 + 3500^2} = 3901 \text{ mm}$ .  
 $h = \sqrt{800^2 + 3500^2} = 3590 \text{ mm}$ .

CROQUIS



$\text{des.} = 3,14 \times 2500 = 7850 \text{ mm}$ .

$1/2 \text{ des.} = 3925 \text{ m.m}$ ;  $1/4 \text{ des.} = 1925,5 \text{ mm}$ ; 1 división =  $654 \text{ mm}$ .

$\text{Tg } a^\circ = 3590 / 2050 = 1,751$ ;  $\text{arcTg } 1,751 = a^\circ = 60^\circ$ .

A  $360^\circ$  le corresponde  $2 \times 3,14 \times 4134$ . A  $b^\circ$  le corresponderá  $1962,5 \text{ mm}$ . Entonces  $b^\circ = 1962,5 \times 360^\circ / 6,28 \times 4134 = 27^\circ$ .

$c^\circ = 180^\circ - (2 \times a^\circ + b^\circ) = 180^\circ - (2 \times 60^\circ + 27^\circ) = 33^\circ$ .

En el triángulo ABC:  $\text{Sen } 13^\circ 30' = a' / 4134$ ;  $a' = 4134 \times 0,2334 = 965 \text{ mm}$ .

En el triángulo ADE:  $c^\circ / 2 = 90^\circ - 73^\circ 30' = 16^\circ 30'$ ;  $c^\circ = 2 \times 16^\circ 30' = 33^\circ$ .

En el triángulo BCD:  $\text{Sen } 16^\circ 30' = 965 / R$ ;  $R = 965 / 0,284 = 3398 \text{ mm}$ .

2) Cálculo del peso en bruto y acabado:

a) **Peso en bruto:**  $\text{Cos } 33^\circ = x_3 / 2050$ ;  $x_3 = 2050 \times 0,8387 = 1719 \text{ mm}$ .

$\text{Cos } 33^\circ = Y_4 / 3590,5$ ;  $Y_4 = 3590,5 \times 0,8387 = 3313,5 \text{ mm}$ .

Largo en bruto =  $4100 + 2 \times x_3 = 4100 + 2 \times 1719 = 7538 \text{ mm}$ .

Ancho en bruto =  $Y_3 + Y_4 = 1116,5 + 3313,5 = 4430 \text{ mm}$ .

$P_b = 75,38 \times 44,3 \times 0,08 \times 7,85 \times 2 \text{ piezas} = 4.194 \text{ Kg}$ .

b) **Peso en acabado:** Para calcular el peso en acabado, le restaremos, al peso en bruto, el peso de las superficies  $S_1 + 2 \times S_2 + 2 \times S_3$ . Según el apartado 2.19, tendremos que:

$S_1 = 1/2 [R \times L - c (R - f)]$  y calcularemos los datos que nos faltan:  $c = 2 \times x_3$ ;  $f = R - z_2$ .



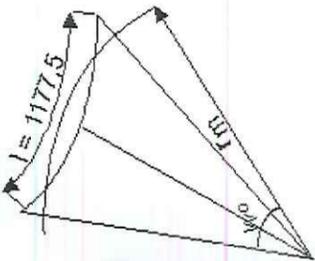
$$r_m = (3265,5 + 3190 + 3333,5) : 3 = 3263 \text{ m.m}$$

$$r'_m = (2045 + 1801 + 1932) : 3 = 1926 \text{ m.m}$$

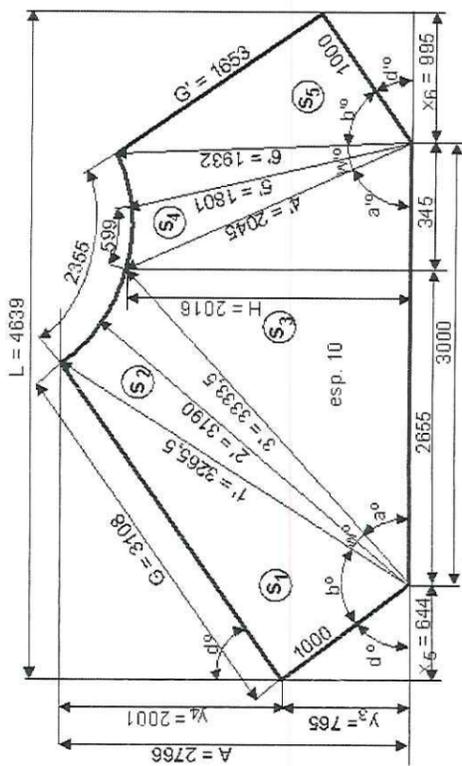
$$w^\circ = (57,296 \times 1177,5) : 3263 = 20^\circ 40'$$

$$w^\circ = (57,296 \times 1177,5) : 1926 = 35^\circ$$

$$d^\circ = 180^\circ - (a^\circ + b^\circ + w^\circ) = 180 - (37^\circ 15' + 72^\circ 10' + 20^\circ 40') = 49^\circ 55'$$



$$d^\circ = 180^\circ - (a^\circ + b^\circ + w^\circ) = 180 - (80^\circ 15' + 58^\circ 50' + 35^\circ) = 5^\circ 55'$$



**2) Cálculo del peso en bruto y acabado:**

a) Peso en bruto:  $\text{Cos } d^\circ = x_5 / 1000$ ;  $x_5 = 1000 \times \text{Cos } 49^\circ 55' = 1000 \times 0,6439 = 644 \text{ mm}$ .

$\text{Cos } d^\circ = x_6 / 1000$ ;  $x_6 = 1000 \times \text{Cos } 5^\circ 55' = 1000 \times 0,9947 = 995 \text{ mm}$ .

Longitud total en bruto  $L = 644 + 3000 + 995 = 4639 \text{ mm}$ .

$\text{Sen } d^\circ = y_3 / 1000$ ;  $y_3 = 1000 \times \text{Sen } 49^\circ 55' = 1000 \times 0,765 = 765 \text{ mm}$ .

$\text{Cos } d^\circ = y_4 / 3108$ ;  $y_4 = 3108 \times \text{Cos } 49^\circ 55' = 3108 \times 0,6439 = 2001 \text{ mm}$ .

Ancho total en bruto  $A = 765 + 2001 = 2766 \text{ mm}$ .

$P_b = 46,39 \times 27,66 \times 0,1 \times 7,85 \times 2 \text{ piezas} = 2.015 \text{ Kg}$ .

b) Peso en acabado: Calcularemos el peso de las superficies  $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5$ .

Según el apartado 2.18, tendremos que:  $S_2 \text{ y } S_4 = (3,14 \times r_m^2 \times w^\circ) / 360^\circ$ .

$$S_1 = 10 \times 31,08 / 2 = 155,4 \text{ dm}^2$$

$$S_2 = (3,14 \times 32,632 \times 20^\circ 40') / 360^\circ = 191,3 \text{ dm}^2$$

$$S_3 = 30 \times 20,18 / 2 = 302,7 \text{ dm}^2$$

$$S_4 = (3,14 \times 19,262 \times 35^\circ) / 360^\circ = 113,2 \text{ dm}^2$$

$$S_5 = 10 \times 16,53 / 2 = 82,7 \text{ dm}^2$$

$$S_T = 155,4 + 191,3 + 302,7 + 113,2 + 82,7 = 845,3 \text{ dm}^2$$

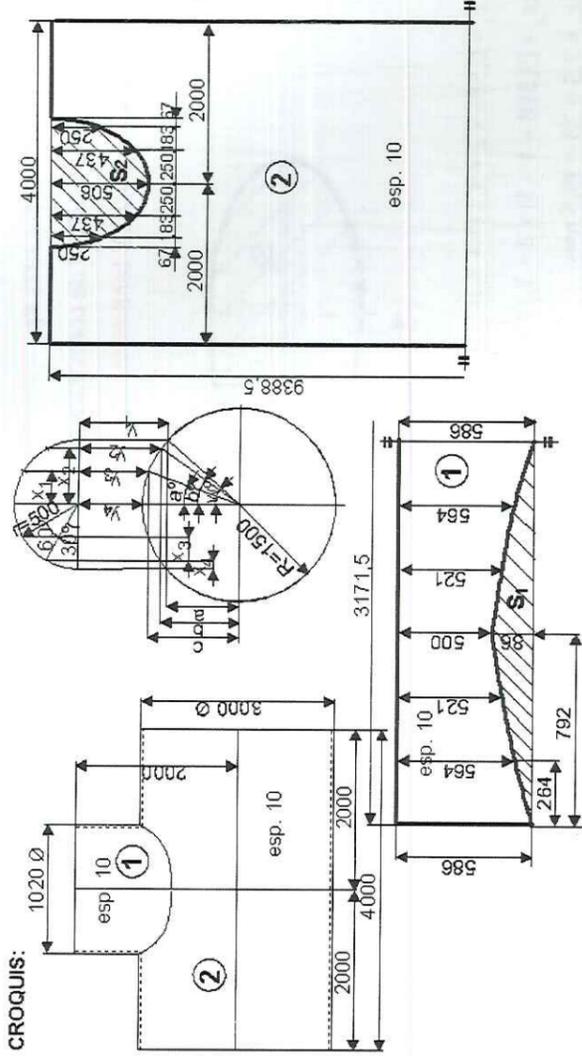
$$P_a = 845,3 \times 0,1 \times 7,85 \times 2 \text{ piezas} = 1.327 \text{ Kg}$$

**3) Cálculo de la longitud de corte y longitud de soldadura:**

$$L_c = (3 + 1 + 1,653 + 2,355 + 3,108 + 1) \times 2 \text{ piezas} = 24,2 \text{ mts}$$

$$L_s = 3,108 + 1,653 = 4,8 \text{ mts}$$

**5.6 Cálculos en la intersección de dos cilindros con ejes perpendiculares**



**1) Cálculo de las dimensiones para el trazado de la pieza en el taller:**

$d_i = 1020 - 20 = 1000 \text{ mm}$ ;  $d_n = 1020 - 10 = 1010 \text{ mm}$ ;  $D_n = 3000 - 10 = 2990 \text{ mm}$ .

$R_{ext.} = 3000 / 2 = 1500 \text{ mm}$ ;  $R_n = (3000 - 10) / 2 = 1495 \text{ mm}$ .

$\text{Cos } 60^\circ = x_1 / 500$ ;  $x_1 = 500 \times 0,5 = 250 \text{ mm}$ ;  $\text{Cos } 30^\circ = x_2 / 500$ ;  $x_2 = 500 \times 0,866 = 433 \text{ mm}$ .

$x_3 = x_2 - x_1 = 433 - 250 = 183 \text{ mm}$ ;  $x_4 = r - x_2 = 500 - 433 = 67 \text{ mm}$ .

$a = \sqrt{(1500^2 + 500^2)} = 1414 \text{ mm}$ ;  $b = \sqrt{(1500^2 + 433^2)} = 1436 \text{ mm}$ .

$c = \sqrt{(1500^2 + 250^2)} = 1479 \text{ mm}$ ;

$Y_1 = 2000 - 1414 = 586 \text{ mm}$ ;  $Y_2 = 2000 - 1436 = 564 \text{ mm}$ .

$Y_3 = 2000 - 1479 = 521 \text{ mm}$ ;  $Y_4 = 2000 - 1500 = 500 \text{ mm}$ .

$\text{Sen } a^\circ = 250 / 1500 = 0,1666$ ;  $\text{arcSen } 0,1666 = a^\circ = 9^\circ 35'$ .

$\text{Sen } b^\circ = 433 / 1500 = 0,2886$ ;  $\text{arcSen } 0,2886 = b^\circ = 16^\circ 46'$ .

$\text{Sen } w^\circ = 500 / 1500 = 0,3333$ ;  $\text{arcSen } 0,3333 = w^\circ = 19^\circ 28'$ .

A  $360^\circ$  le corresponde  $3,14 \times 2 \times 1495$ , entonces a  $19^\circ 28'$  le corresponderá  $L_1$ :

$$L_1 = 6,28 \times 1495 \times 19^\circ 28' / 360^\circ = 508 \text{ mm}$$

$$L_2 = 6,28 \times 1495 \times 16^\circ 46' / 360^\circ = 437 \text{ mm}$$

$$L_3 = 6,28 \times 1495 \times 9^{\circ}35' / 360^{\circ} = 250 \text{ mm.}$$
$$\text{des.} = 3,14 \times 1010 = 3171,5 \text{ mm; Des.} = 3,14 \times 2990 = 9388,5 \text{ mm.}$$

**2) Cálculo del peso en bruto y acabado:**

$$Pb_1 = 31,715 \times 5,86 \times 0,1 \times 7,85 = 145,9 \text{ Kg; } Pb_2 = 93,885 \times 40 \times 0,1 \times 7,85 = 2948 \text{ Kg.}$$

$$P_{\text{TB}} = 145,9 + 2948 = 3.094 \text{ Kg.}$$

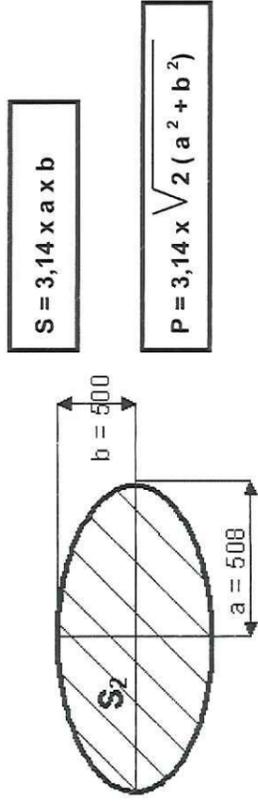
$$Pa_1 = Pb_1 - PS_2 = 145,9 - (7,92 \times 0,86 \times 0,1 \times 7,85 \times 2) = 135,2 \text{ Kg.}$$

$$Pa_2 = Pb_2 - PS_2 = 2948 - (3,14 \times 5,08 \times 5 \times 0,1 \times 7,85) = 2885,5 \text{ Kg.}$$

$$Pa_1 = 135,2 + 2885,5 = 3021 \text{ Kg.}$$

**3) Cálculo de la longitud de corte y longitud de soldadura:**

Según el apartado 2.22, tendremos que:



$$Lc_1 = 0,586 \times 2 + 3,171 + 3,14 \times \sqrt{(0,508^2 + 0,5^2)} = 7,5 \text{ mts.}$$

$$Lc_2 = (9,388 + 4 - 1) \times 2 + 3,14 \times \sqrt{(0,508^2 + 0,5^2)} = 28 \text{ mts.}$$

$$Lc_1 = 7,5 + 28 = 35,5 \text{ mts.}$$

$$Ls_v = (4 - 1,02) + 0,586 = 3,6 \text{ mts de soldadura en V.}$$

$$Ls_l = 3,14 \times (2 \times (0,518^2 + 0,51^2))^{1/2} = 3,2 \text{ mts de soldadura en ángulo.}$$